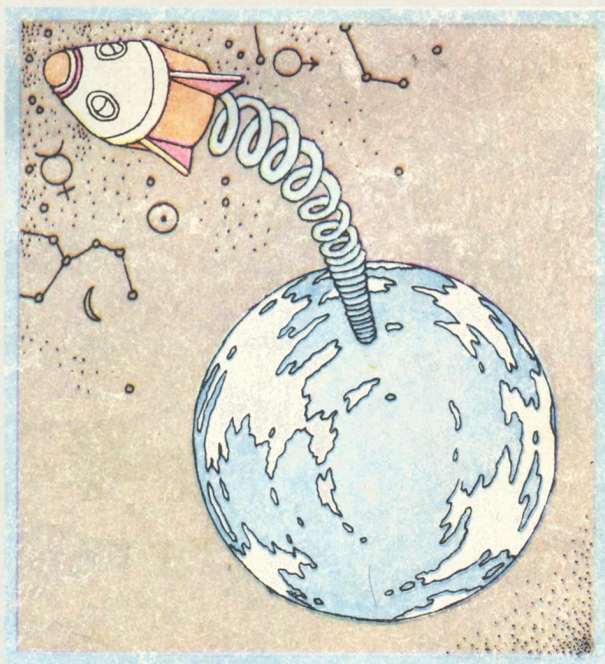




БИБЛИОТЕЧКА • КВАНТ •
выпуск 78

В.Е. БЕЛОНУЧКИН

КЕПЛЕР НЬЮТОН И ВСЕ-ВСЕ-ВСЕ...

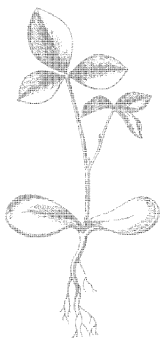




БИБЛИОТЕЧКА • КВАНТ •
выпуск 78.

В.Е. БЕЛОНУЧКИН

**КЕПЛЕР
НЬЮТОН
И ВСЕ-ВСЕ-ВСЕ...**



МОСКВА «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
1990

ББК 22.62

Б43

УДК 521.11 (023)

Серия «Библиотечка «Квант»
основана в 1980 г.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Академик **Ю. А. Осипьян** (председатель), доктор физико-математических наук **А. И. Буздин** (ученый секретарь), академик **А. А. Абрикосов**, академик **А. С. Боровик-Романов**, академик **Б. К. Вайнштейн**, заслуженный учитель РСФСР **Б. В. Воздвиженский**, академик **В. Л. Гинзбург**, академик **Ю. В. Гуляев**, профессор **С. П. Капица**, академик **А. Б. Мигдал**, академик **С. П. Новиков**, академик АПН СССР **В. Г. Разумовский**, академик **Р. З. Сагдеев**, профессор **Я. А. Смородинский**, член-корреспондент АН СССР **Д. К. Фаддеев**

Рецензент

кандидат физико-математических наук *В. М. Липунов*

Белонучкин В. Е.

Б43 Кеплер, Ньютон и все-все-все...— М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990.— 128 с.— (Б-чка «Квант»; Вып. 78)

ISBN 5-02-014400-2

Сколько надо керосина, чтобы слетать на Марс? Недавно Нептун и Плутон поменялись квартирами. Когда намечается обратный обмен? Во сколько раз надо увеличить или уменьшить Солнце, чтобы оно стало черной дырой? А всего в этой книге более 80 задач на подобные темы. Заодно рассказывается, «кто, когда и почему, и отчего» вздумал решать эти задачи и что из этого вышло.

Для школьников старших классов и учителей.

Б $\frac{1605010000-008}{053 (02)-90}$ 179-90

ББК 22.62

ISBN 5-02-014400-2

© Издательство «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, 1990

ПРИЧИНЫ (вместо предисловия)

Пути, которыми люди проникают в суть небесных явлений, представляются мне почти столь же удивительными, как и сами эти явления.

И. Кеплер

Обычно в предисловиях объясняется, почему книга, которую читатель взял в руки, ему абсолютно необходима. Автор данной книги, к сожалению, совершенно не уверен в ее необходимости какому бы то ни было читателю. Я просто очень хотел ее написать.

Мне часто доводилось придумывать задачи для приемных экзаменов в Московский физико-технический институт, для школьных физических олимпиад. И как-то получилось, что десятка два задач по физике получились на астрономические темы.

Скучно начинать словами: «В некоторой системе одна из звезд имеет массу...» Куда приятнее звучит: «Сириус — двойная звезда...» Но загадку Сириуса разгадал не я, а Бессель, не упомянуть его — нехорошо. Да и вся эта история весьма интересна и поучительна. Хотелось бы рассказать о ней, но много ли можно вместить в условия задачи?

А если написать об этом в книге, то место можно найти. Так вот, эта книга и есть сборник задач, в основном на законы Кеплера, на закон тяготения Ньютона. А заодно я, как и известный медвежонок с опилками в голове, хотел рассказать

...кто, когда
И почему, и отчего
Сказал, откуда и куда,
И как, и где, и для чего.

Это, конечно, не история астрономии, это скорее «истории» из астрономии.

Возникает резонный вопрос: автор приписывает себе два десятка задач, а в книге их заметно больше. Что это? Некоторые задачи родились при написании книги, некоторые «размножились» — для удобства изложения многоэтапные задачи поделены на части. Но в основном был использован проверенный метод: списал у одного автора — плагиат, у двух — компиляция, у трех — реферат, у четырех — диссертация. Надеюсь, что чистосердечное признание будет учтено, как смягчающее вину обстоятельство. Помимо упомянутого Бесселя, главных героев повествования Кеплера и Ньютона, Аристарха Самосского с удовольствием назову известные мне фамилии современных авторов заимствованных задач: А. И. Буздин, В. А. Данилин, Е. П. Кузнецов, Г. Л. Коткин, В. Е. Скороваров, И. Ш. Слободецкий, Е. Л. Сурков и другие. Та же оговорка, безусловно, должна быть сделана и относительно «исторической» части, так как, не будучи лично знакомым не только с Эратосфеном или Улугбеком, но и с А. Эйнштейном или А. А. Фридманом, сведения об их деятельности я позаимствовал, конечно, из книг и статей. Впрочем, это касается даже названия книги. Перечислить авторов, к сожалению, совершенно не представляется возможным. Прошу их вместо извинений принять мою искреннюю благодарность.

Особо благодарю Ю. М. Брука. Без его поддержки не было бы книги; ведь не зря сказал Козьма Прутков: «Поощрение столь же необходимо гениальному писателю, сколь необходима канифоль смычку виртуоза».

И последнее. Может возникнуть впечатление, что автор не видел школьных учебников физики и астрономии. Видел, читал, подробно разбирался. И все же в книге немало фактов, соотношений, даже задач, приведенных в учебниках. Тому, на мой взгляд, есть три оправдания. Первое: возможно, не все читатели хорошо помнят содержание школьных учебников. Второе: повторенье — мать ученья. И третье: несколько отличное от школьного изложение может оказаться полезным просто любознательному читателю.

БОРЕЦ

...Сущность Вселенной не имеет в себе силы, которая могла бы противостоять мужеству познания.

Г. Гегель

Все мы знаем, что на вопрос «Ваше представление о счастье?» Карл Маркс ответил: «Борьба». Далеко не все помнят его ответ на вопрос «Ваши любимые герои?». А между тем этот ответ: «Спартак и Кеплер». Спартак и борьба — естественно. Но Кеплер и борьба? Как-то не вяжется представление об открывателе законов движения небесных светил (сейчас его назвали бы астрономом-теоретиком) с образом борца. И все же — именно борец.

С кем только не боролся Кеплер! Даже со своим учителем и благодетелем Тихо Браге. Браге не только дал Кеплеру бесценный материал — результаты своих астрономических наблюдений, из обобщения которых и родились законы Кеплера, он приютил Кеплера в тяжелую пору и поддерживал его материально. Вот это больше всего и раздражало гордого Кеплера. Почему Браге не установит ему твердое жалование, а кормит подачками? Не ведал Кеплер, что миллионные средства, подаренные Браге императором, давно испарились, причем ушли они не столько на постройку храма астрономии, сколько на праздники в честь именитых посетителей этого храма; и не для того, чтобы потешить себя и высокородных гостей, давал пиры Браге, а для того, чтобы не разорили, не разграбили город астрономии Ураниборг. И не зря опасался такой судьбы великий астроном. Не успел он, изгнанный из родной Дании, умереть на чужбине, а прожил он вдали от родины всего четыре года, как от Ураниборга остались развалины.

Кеплер принадлежал к числу людей — достаточно редких, — которые не способны ни на что, кроме открытой защиты своих убеждений.

А. Эйнштейн

И в научных вопросах у Браге и Кеплера не было согласия. Браге был сторонником компромиссной теории строения Солнечной системы: Солнце обращается вокруг неподвижной Земли, а планеты — вокруг Солнца. К коперниковой ереси относился неодобрительно. Темперамент у Браге был весьма бурный: известно, что на дуэли, причиной которой послужили научные разногла-

сия, он потерял нос. Поэтому можно представить, как протекали споры пылкого Браге и упрямого и самолюбивого Кеплера.

Тяжелейшую борьбу вынес Кеплер и со своими собственными взглядами. Ведь как вначале все шло хорошо! В сферу, на которой лежит орбита (конечно, круговая) Сатурна, впишем куб. В этот куб впишем сферу: на ней лежит орбита Юпитера. В сферу Юпитера впишем тетраэдр, а в него сферу — получим сферу Марса, и так далее, пока не исчерпаются правильные многогранники и одновременно планеты. Открыта «Космографическая тайна» (это название книги Кеплера)! Гармония сфер! Пифагор бы позавидовал!

Но бесстрастные цифры — результаты измерений Тихо Браге — говорят: планеты движутся неравномерно. Рухнула гармония, пришла истина. Восемь угловых минут расхождения между предсказанным и наблюдаемым положением Марса заставили отказаться от освященного даже не веками — тысячелетиями — представления о равномерном движении планет по круговым орбитам.

Эти восемь минут... дадут нам средство
преобразовать астрономию.

И. Кеплер

Родился **первый закон Кеплера**: планеты (сначала это было показано только для Марса, но сам Кеплер сразу понял, что так будет у всех планет) движутся по эллипсам, в одном из фокусов которых находится Солнце.

И к тому же — **второй закон Кеплера** — линия, соединяющая Солнце и планету, за равные промежутки времени описывает равные площади.

Орбиты не круговые, движение — неравномерное. И нельзя недооценивать роли Тихо Браге: он вторым в мире — после Улугбека — достиг точности измерений в две минуты, практически предельной для невооруженного глаза. Будь точность его измерений втрое ниже, и Кеплер не смог бы отличить эллипс от окружности.

Но самой страшной борьбой, без преувеличения не на жизнь, а на смерть, была борьба с мракобесием. Вспомним: в 1600 году погиб на костре Джордано Бруно, в 1616 году Ватикан осудил не только учение Коперника,

но и вообще математику — «творение дьявола». А «имперский астроном, математикус» Иоганн Кеплер опубликовал свои два закона в 1609 году.

Впрочем, сочинение «Новая астрономия», в котором провозглашены эти законы, увидело свет по «счастливой» случайности. Строго говоря, работа принадлежала императору Священной Римской империи германской нации Рудольфу II, по заказу которого она была выполнена. Но император не смог оплатить расходы по печатанию книги, и она поступила в распоряжение автора. Зато Кеплер в очередной раз остался без средств к существованию — книги в те времена дохода не приносили, тем более если в них проповедовалось еретическое учение Коперника. Вот неприятности такие книги автору могли принести. Кеплера как протестанта преследовала католическая церковь, а в протестантских странах его преследовали «единоверцы» как еретика-коперниканца. Шесть лет отчаянной борьбы с инквизицией за жизнь матери, обвиненной в колдовстве. Старушка была, казалось, обречена. Но... «арестованную, к сожалению, защищает ее сын, господин Иоганн Кеплер, математик», — пишут в протоколе обескураженные судьи. И защитил!

А материальные трудности преследовали его неотступно. Умер Кеплер в дороге — ехал в надежде получить причитавшееся ему, надо сказать, довольно приличное, жалованье, которого он, однако, никогда не получал. При нем было 73 тома астрономических таблиц и 7 пфеннигов денег.... История науки — не только борьба идей, борьба за право на свою точку зрения, зачастую это борьба за право жить и работать.

Кеплерово «Сокращение коперниковой астрономии» было внесено в «Индекс запрещенных книг» еще до выхода в свет. Начавшаяся в 1618 году Тридцатилетняя война чуть не помешала выходу в свет его «Гармонии мира», в которой обнародован **третий закон Кеплера**: квадраты времени обращения планет относятся как кубы их расстояний от Солнца (точнее — как кубы больших осей орбит).

Итак, мы вспомнили все три закона Кеплера. Теперь давайте попробуем ими пользоваться.

З а д а ч а 1. Можно ли запустить спутник из пушки?

Нарисуем картину такого запуска (рис. 1). Спутник движется по эллипсу, значит, через один оборот он пройдет через ту же точку, имея тот же вектор скорости (рис. 2). Даже неважно, что орбита — эллипс, достаточ-

но, чтобы она была замкнутой кривой. Где-то такой спутник врежется в Землю.



Рис. 1

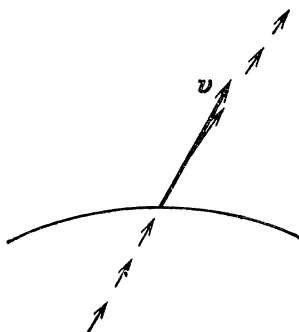


Рис. 2

Курсивом набрано авторское решение задачи, как это будет делаться и в дальнейшем. Впрочем. . .

Иногда слова, напечатанные курсивом, много несправедливее тех, которые напечатаны прямым шрифтом.

К. Прутков

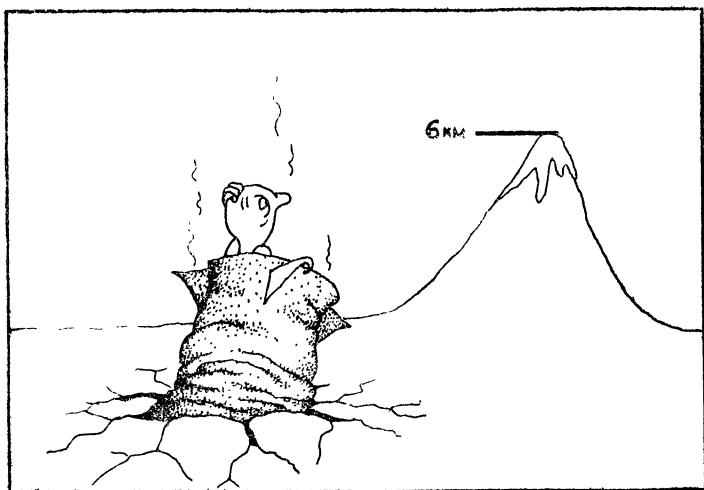
Запустим спутник с высокой горы (рис. 3). Лучше всего — с вершины Килиманджаро. Почему не с Эвереста? Килиманджаро располагается недалеко от



Рис. 3

экватора, и если учесть сплюснутость Земли, то окажется, что вершина этого вулкана примерно на 6 км дальше от центра земного «шара», чем «пятый полюс планеты». Тогда вроде бы опасности врежаться в Землю можно избежать, лишь бы скорость была достаточно велика. Все верно, но. . . мы забыли о сопротивлении воздуха. Кеплер, в принципе, не против такого запуска, и все же спутники запускаются только с помощью ракет.

Первый закон Кеплера говорит о всех планетах, второй — сравнивает прохождение разных участков орбиты



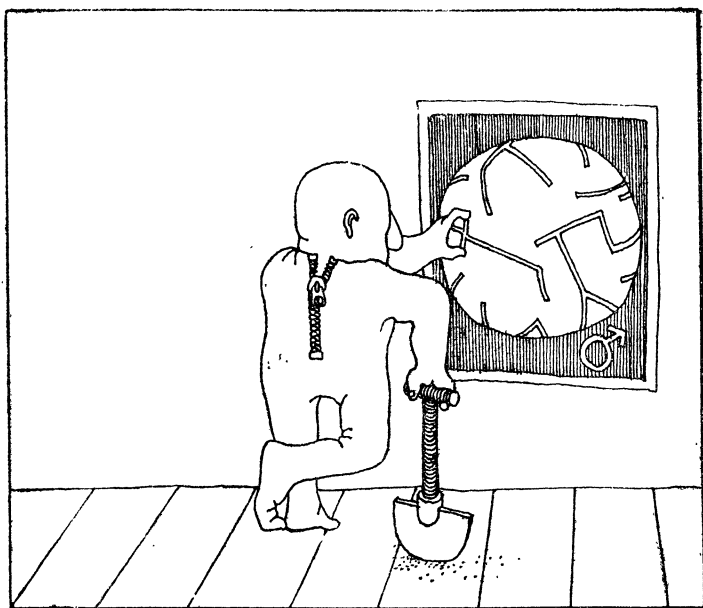
одной планетой, третий — дает соотношение между орбитами разных планет. Этим (третьим) законом мы и займемся в первую очередь.

ОРБИТЫ

Марс имеет дом в одном созвездии, возвышение в другом, падение в третьем и ущерб в четвертом.

Л. Соловьев
«Повесть о Ходже Насреддине»

Наиболее подробно Тихо Браге исследовал движение Марса. Именно для Марса Кеплер вначале установил свои первые два закона. Вообще, Марс больше других планет привлекает внимание людей. А когда во время Великого противостояния 1877 года итальянский астроном Скиапарелли обнаружил на Марсе «каналы», всерьез встал не решенный окончательно до сих пор вопрос: есть ли жизнь на Марсе. Англичанин Ловелл предположил, что это действительно искусственные сооружения, каналы, прорытые разумными обитателями Марса. Большим энтузиастом поисков доказательств существования на Марсе жизни, правда, только растительной, был советский астроном Г. А. Тихов. Снимки, полученные с искусственных спутников Марса, окончательно развеяли миф о существовании каналов. Исследования марсианского грунта не дали определенного результата —



организмов нет, а органические вещества вроде есть. Не случайно буквально в последние дни (эти строки пишутся в начале октября 1987 года) широко обсуждается возможность совместной советско-американской экспедиции именно на Марс. С Марса начнем свои «исследования» и мы.

Задача 2. Противостояния Марса (ситуации, когда долгота Марса отличается от долготы Солнца на 180°) случаются каждые 780 суток. Определить период обращения Марса вокруг Солнца.

Так как между противостояниями проходит больше года, Марс движется по орбите в том же направлении, что и Земля (что он находится дальше Земли от Солнца, мы знаем). Земля за время $T=780$ суток совершает чуть больше двух оборотов, а именно $k=T/T_0=780/365,25=2,1355$ оборота. Противостояние может произойти только в том случае, если Марс за это время прошел 1,1355 оборота. Значит, искомый период Марса $T_M=T/1,1355=687$ суток.

Немного пояснений. Ясно, что $T_0=365,25$ суток — земной год. Это обозначение будет применяться постоянно, так же как и $R_0=149,6 \cdot 10^6 \text{ км} \approx 1,5 \cdot 10^8 \text{ км}$ — радиус земной орбиты, имеющей, кстати, название в качестве

единицы расстояния — 1 астрономическая единица (1 а. е.). Орбиту Земли, если нет особой оговорки, будем считать круговой. Наконец, внимательный читатель, вероятно, заметил не вполне грамотно проведенные вычисления (превышение точности). Каюсь, была у меня «темная мысль»: подогнать под заранее известный ответ. Простим эту слабость, которой в дальнейшем я постараюсь избегать, и пойдем дальше.

Задача 3. Во время Великих противостояний расстояние от Земли до Марса минимально и составляет $r = 56 \cdot 10^6$ км. Каково максимальное расстояние от Земли до Марса в противостоянии?

Из третьего закона Кеплера найдем, что большая ось орбиты Марса $2a_M = 2R_0 (T_M/T_0) = 3,05$ а. е. $= 4,57 \times 10^8$ км. Достаточно взглянуть на рис. 4, чтобы понять, что искомое расстояние $L = 2a_M - 2R_0 = l = 10^8$ км. (Теперь, наоборот, округление грубовато. Точный ответ, т. е. данные справочника, — $97,5 \cdot 10^6$ км.)

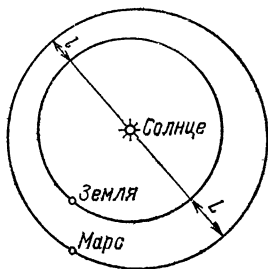


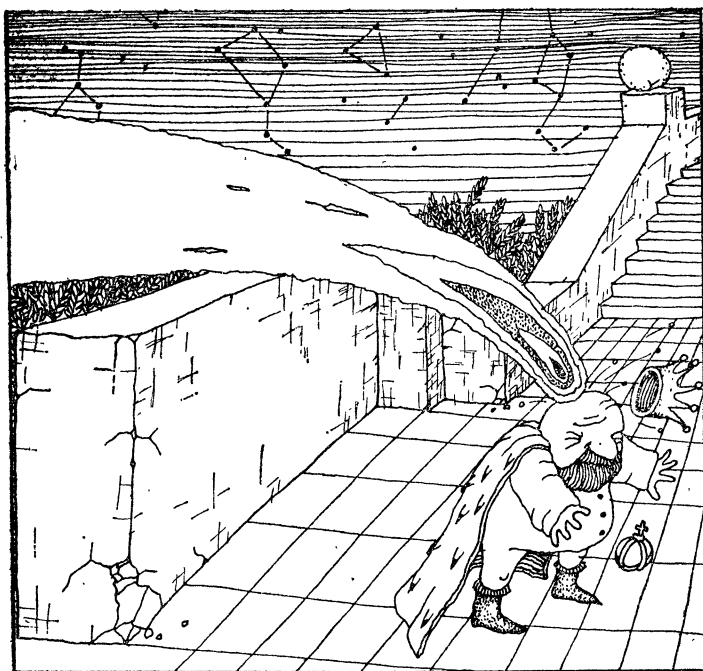
Рис. 4

В этом решении мы полагали, что плоскости орбит Земли и Марса совпадают. Это вполне оправдано, так как в действительности соответствующий угол меньше 2° . Вообще, вся система планет довольно плоская. Максимальное наклонение к эклиптике (т. е. к плоскости земной орбиты) у орбиты Плутона — 17° , у Меркурия заметно меньше — 7° , у остальных планет не превышает $3,5^\circ$. К кометам это не относится. А именно ими мы сейчас займемся.

* * *

По яйцевидному пути
Летит могучая комета.
К. Бальмонт

Что путь кометы яйцевидный — эллипс — нельзя не согласиться. Насчет другого утверждения поэта — могучая — есть иное мнение: «видимое ничто». Впрочем, каких-то триста лет назад считалось, что все наоборот. Мощь кометы не подвергалась сомнению. Комета насылала засуху, войну, смерть коронованных особ. Правда, уже в XVII веке находились вольнодумцы,



смеявшиеся над этими поверьями, но им резонно возразил один из членов французской королевской семьи: «Вам, господа, хорошо шутить: вы не принцы». А в XV веке папа Каликст III и вовсе растерялся. Комета появилась в начале 1453 года, когда христиане одолевали мусульман, и папа считал ее провозвестником победы. Но в том же году мусульмане взяли Константинополь и окончательно ликвидировали Восточную Римскую империю. Пришлось комету проклясть. Кстати, это была, как выяснилось много позже, самая знаменитая комета — комета Галлея.

Известность этой кометы имеет множество причин. Но главная — именно на ее примере выяснился характер кометных орбит. Ведь даже Кеплер и Галилей считали, что пути комет прямолинейны. Но вот в 1680 году английский астроном Эдмунд Галлей заметил криволинейность пути одной из комет. Конечно, это была именно та комета, которая впоследствии получила его имя. Конкретнее, это была комета Галлея 1682 года.

Так 1680 или 1682 года эта комета? Дело в том, что кометы часто имеют двойную датировку: по времени

первого наблюдения и по времени прохождения перигелия. Для периодических комет, к которым относятся и комета Галлея, чаще употребляется вторая система, поэтому и Галлей в 1680 году видел комету 1682 года, и Каликст III в 1453 году сначала благословил, а затем успел проклясть комету 1456 года.

К счастью, Галлей не ограничился констатацией криволинейности пути кометы. Он догадался, что кометы 1607 и 1531 годов — это та же комета 1682 года, и предсказал ее появление в 1758 году. Впрочем, решающую роль в этой истории, кроме Галлея, сыграл Ньютон, но об этом речь впереди, а сейчас нас ждет

Задача 4. Период обращения кометы Галлея $T_T = 76,7$ года. В перигелии она приближается к Солнцу на расстояние $r = 0,59$ а. е. Каково максимальное удаление кометы от Солнца?

Читатель, знакомый с задачей 3, без особого труда самостоятельно справится и с этой. Для контроля в конце книги помещены ответы к тем задачам, решений которых нет в тексте.

Но что за величина 76,7 года? Если уточнить времена прохождения перигелия кометой Галлея в 1456, 1531, 1607, 1682 и, наконец, в 1759 (а не в 1758!) годах, мы получим такой ряд чисел для периода: 75,2; 76,2; 74,9; 76,5 года. 76,7 больше любого из этих промежутков. Так периодическая это комета или не совсем? В конце концов, можно ли быть уверенным, что это одна и та же комета? Оказывается, все-таки Галлей прав. Надо «только» учесть возмущения, вносимые в движение кометы планетами Солнечной системы. Именно это и проделал замечательный французский математик А. Клеро, когда комета опаздывала к первому предсказанному свиданию. По расчетам Клеро, который учел влияние Юпитера и Сатурна, комета должна была пройти перигелий не в 1758 году, а в апреле 1759 года. И она прошла перигелий 13 марта 1759 года! Но все же откуда 76,7 года?

После открытия Галлеем периодичности кометы, носящей его имя, начались энергичные поиски предыдущих ее появлений. И в конце концов удалось проследить ее историю вплоть до глубокой древности. Оказывается, это она в 1378 году «предсказала» Мамаево побоище, в 1066-м — завоевание Британии норманнами, в 912-м — смерть князя Олега, в 66-м — разрушение Иерусалима, гибель Помпеи; она в 989 году ознаменовала крещение Руси, а в 1301 году ее рисовал великий Джотто. Но боль-

ше всего данных о комете Галлея собрали китайцы. Первое надежное упоминание в китайских хрониках дает дату 25 мая 240 года до н. э. Впрочем, есть даже дата 7 марта 1057 года до н. э.! А между этими двумя датами — восемь столетий молчания. В чем дело? А дело в необузданном человеческом честолюбии. Архистратиг Стратилатович Перехват-Залихватский, если верить Салтыкову-Щедрину, всего лишь «въехав в Глупов на белом коне, сжег гимназию и упразднил науки», в результате чего «история прекратила течение свое», но, по-видимому, только в масштабах Глупова.

«Идеальный правитель» (по мнению председателя Мао) император Цинь Шихуанди решил, что история должна начаться с него. И чтобы не было сомнений, казнил всех обнаруженных им 460 ученых и сжег все исторические книги. А так как в астрономических хрониках упоминались события, имевшие место до воцарения династии Цинь, хроники тоже пошли в костер. Чудом уцелели отдельные книги, отрывки, как тот, в котором упоминается комета 1057 года до н. э. «Великая» династия Цинь правила Поднебесной империей . . . 14 лет. Прошло два тысячелетия, и уже в центре Европы возникла «Тысячелетняя империя», где тоже горели костры из книг, преследовали ученых. Ей было отведено историей 12 лет.

Но вернемся к комете. Если время от 25 мая 240 года до н. э. до 9 февраля 1986 года н. э. поделить на 29 оборотов, которые за это время совершила комета Галлея, то получится в среднем как раз 76,7 года на один оборот. А все отклонения — «шутки», в основном Юпитера. Вообще, Юпитер, который более чем вдвое превосходит по массе все остальные планеты вместе взятые, сильно искажает орбиты многих комет. Он даже имеет собственное семейство комет. Семейством Юпитера называют группу комет, чьи афелии лежат неподалеку от орбиты Юпитера. Этот гигант захватил их и не дает им вернуться «на родину» — на дальние окраины Солнечной системы. С одной из таких комет нас знакомит

Задача 5. Комета Григга — Скъеллерупа относится к семейству Юпитера, ее афелий расположен на расстоянии 5,0 а. е. от Солнца *). Период обращения кометы 4,9 года. Может ли эта комета пересечь орбиту Земли? (см. Ответы, решения, замечания — ОРЗ.)

*) Среднее расстояние Юпитера от Солнца 5,2 а. е.

ГИГАНТЫ

Гений подобен холму,
возвышающемуся на равнине.

К. Прутков

Общепризнано, что Исаак Ньютон, который помог Галлею разобраться с поведением кометы, был одним из величайших гениев в истории науки. И вот он-то категорически не согласен с К. Прутковым. «Если я видел немного дальше других,— писал Ньютон,— то потому лишь, что стоял на плечах гигантов.» Кто же эти гиганты? Конечно, Кеплер, Галилей, Коперник. Но началось все гораздо раньше.

Уже первый известный нам по имени ученый Фалес Милетский, чья научная деятельность началась на рубеже VII и VI веков до н. э., предсказал, согласно преданию, солнечное затмение 28 мая 584 года до н. э. Впрочем, есть основания предполагать, что он воспользовался методом, разработанным еще в Древнем Вавилоне. Метод вавилонян был чисто эмпирическим: многолетние наблюдения позволили им уловить закономерности в повторении астрономических явлений. Первым «теоретически» установленным фактом, с признания которого началось построение схемы Вселенной, следует, по-видимому, считать шаровидность Земли.

Две догмы лежали в основании научных систем строения мира: очевидная неподвижность Земли и равномерное движение по окружности Солнца, Луны, планет. Несправедливость второй догмы была очевидна еще древним астрономам, но именно она прожила незыблемо два тысячелетия, до самого Кеплера. Если светило движется неравномерно и не по окружности, то оно все же движется равномерно по окружности, центр которой движется равномерно по окружности вокруг точки, которая движется равномерно по окружности. . . и так далее, пока какая-нибудь точка не начинала двигаться равномерно по окружности с центром в Земле. Такого рода схему впервые в законченном виде построил древнегреческий астроном Евдокс в начале IV века до н. э. Схема Евдокса состояла из 27 окружностей (сфер) и объясняла с достаточной для того времени точностью движение Солнца, Луны, пяти известных тогда планет. Но точность росла, росло число сфер. Ученику Евдокса Калиппу понадобились уже 33 окружности, Аристотель довел их число до 56. Усовершенствованная трудами многих астро-

номов, в первую очередь Гиппарха, доведенная до блеска Птолемеем, чье имя она получила, освященная авторитетом Аристотеля, система окружностей (сфер) была единственно приемлемой даже для такого великого революционера в науке, как Коперник, который «всего лишь» окончательно перенес центр Вселенной с Земли на Солнце. Это имеет свое объяснение. Если помните, восемь минут отклонения Марса от предписанного ему положения подвигли Кеплера на отказ от представления о равномерном движении по окружности. А только Тихо Браге достиг точности, при которой эти восемь минут уже нельзя было отнести на счет погрешности измерений. Правда, еще за полтора века до Браге такой же или даже несколько большей точности достиг великий Улугбек. Но Самарканд был далеко от Европы, а мусульманская церковь, жертвой которой пал Улугбек, постаралась вытравить даже память о безбожнике, хотя и был он правителем великого государства и признанным главой всей династии потомков Тамерлана.

Точность измерений Евдокса — около половины градуса, Тихо Браге — примерно $2'$, Улугбека — порядка $1'$. С изобретением телескопа точность измерений резко возросла. Но значит ли это, что результаты древних и средневековых астрономов потеряли для нас всякую ценность? Конечно, нет.

Мы уже упоминали о роли китайских хроник в восстановлении истории кометы Галлея. Записи древних — греков, египтян, вавилонян, китайцев, инков — помогают установить долговременные закономерности движения планет, Земли, «неподвижных» звезд. И вот иллюстрация:

Задача 6. Самый большой в мире телескоп — советский БТА *) — имеет в качестве объектива зеркало диаметра $D=6$ м. В течение какого времени надо наблюдать звезду с помощью БТА, чтобы ее скорость можно было определить точнее, чем с привлечением данных Евдокса? А если использовать данные Тихо Браге, Улугбека?

Вспомним, что данным Евдокса 2350 лет, Браге — 400 лет, Улугбека — 550 лет.

*) БТА — Большой телескоп азимутальный. Название «азимутальный» связано со способом крепления и наводки телескопа. БТА установлен вблизи станицы Зеленчукская на Северном Кавказе.

Чтобы вычислить скорость звезды, надо, как минимум, определить ее положение дважды. С какой точностью можно измерить координаты светил с помощью БТА? Это определяется его разрешением, которое принципиально ограничено дифракционными явлениями. Минимальный угол, который можно измерить, применяя объектив диаметра D , равен примерно λ/D , где λ — длина волны излучения, на которой ведутся наблюдения. Например, для желтого света $\lambda=6 \cdot 10^{-7}$ м, а значит, максимальная точность измерений на БТА примерно 10^{-7} радиана. Дальнейшие вычисления пусть читатель проделает сам. Ответ см. в ОРЗ.

* * *

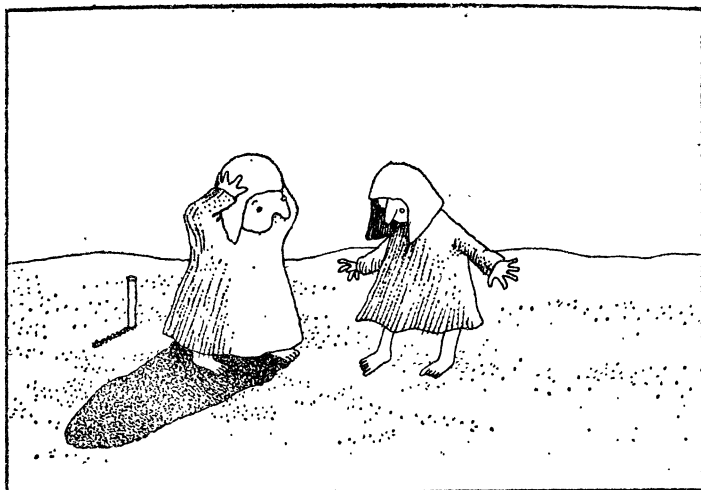
Борьба против догмы, постулировавшей неподвижность Земли, началась в III веке до н. э. И имя первого борца — Аристарх Самосский. Хотя и Пифагор, и Гераклит считали, что в центре Вселенной — Солнце, именно Аристарх был первым, кто попытался это аргументировать. Сопоставив вычисленные им относительные размеры Земли и Солнца, он пришел к выводу, что Солнце, значительно превышающее Землю по своим размерам, должно быть центром, вокруг которого обращаются планеты, в том числе и Земля. И это за восемнадцать веков до Коперника!

Попробуем проследить рассуждения Аристарха.

Задача 7. Солнце гораздо дальше от Земли, чем Луна. Угловые размеры Луны и Солнца практически совпадают, а значит, тень Луны на Земле — точка. Тень Земли на орбите Луны по диаметру вдвое превышает Луну (правильное значение — в 2,67 раза). Во сколько раз Земля больше Луны? Вычислите то же соотношение по современным данным.

Для определения размеров Солнца Аристарх измерил угол между направлениями на Солнце и на Луну в первой и третьей четвертях *), т. е. тогда, когда освещена ровно половина диска Луны. И тут он крупно ошибся. По его измерениям этот угол отличается от прямого на 3° , а правильная цифра — на $8,6'$. Дело в том, что эта величина вообще трудно поддается измерению, в частности, из-за

*) Время от новолуния до новолуния делится на четыре равных части, последние дни которых последовательно носят названия: первая четверть, полнолуние, третья четверть,



явления «пепельного света» — Луна переотражает на Землю солнечный свет, рассеянный в ее сторону Землей. Поэтому ответ Аристарха и наш сильно разойдутся, когда нашим усилиям поддастся

Задача 8. Определите отношение размеров Солнца и Луны, используя данные Аристарха. Что получится, если подставить современные данные?

Подскажу, что угол между прямыми Земля — Луна и Луна — Солнце в первой и третьей четвертях Аристарх считал в точности прямым. (Далее, см. ОРЗ.)

Результат, полученный Аристархом, не вызывал сомнений свыше двух тысяч лет. Лишь в середине XVII века основатель Парижской обсерватории Кассини произвел прямые измерения расстояния от Земли до Солнца и соответственно «увеличил» размеры Солнца.

А размеры Земли неплохо измерил уже в III веке до н. э. Эратосфен Киренский (помните, «решето Эратосфена» для выделения простых чисел?). Эратосфен прослышал, что в Сиене (ныне Асуан) раз в год предметы не отбрасывают тени. Он поехал в Сиену и проверил этот факт. Таким образом Эратосфен убедился, что в день летнего солнцестояния в Сиене Солнце находится в зените. В Александрии, где Эратосфен заведовал знаменитой библиотекой, в день солнцестояния Солнце на $1/50$ окружности не доходило до зенита. От Александрии до Сиены 5000 стадиев, и города расположены почти

на одном меридиане. Перед Эратосфеном встала не-
трудная

Задача 9. По приведенным выше данным определить длину окружности земного шара.

В стадиях ответ получается сразу — 250 000. А как это выглядит в привычных километрах? Кое-кто, желая польстить Эратосфену, выбирает для стадия значение 157 м. Тогда получается «астрономическая» точность — ошибка Эратосфена меньше 2 %! Правда, смущают два обстоятельства. Во-первых, Сиена находится не совсем на тропике. Во-вторых, странно, что через полтора столетия Посидоний ошибся заметно больше. У него получилось 240 000 стадиев, т. е. за полтора века точность снизилась в три с лишним раза. Все же наиболее вероятное значение стадия около 190 м, и полученные из этого расчета числа не оскорбляют памяти Эратосфена и спасают честь Посидония (см. ОРЗ).

* * *

На территории СССР Солнце нигде и никогда не бывает в зените и тени у нас не исчезают даже в полдень. Но, конечно, как и везде, длина даже полуденной тени не одна и та же — минимальна она в день летнего солнцестояния. И все это сильно зависит от широты.

Велика наша страна, но ведь как связаны, казалось бы, безнадежно далекие друг от друга ее части. Например, в древней столице Волжской Болгарии есть Малый минарет, удивительно напоминающий постройки солнечного Самарканда. А вспомнил я об этом потому, что нас ждет

Задача 10. Чья самая короткая тень короче: Малого минарета в Булгаре или обсерватории Улугбека в Самарканде? Высота минарета — 15 м, обсерватория имела высоту 30 м. Широта Булгара — $55,5^\circ$, Самарканда — $39,5^\circ$.

Вспомним, что, как выяснил еще Евдокс, экватор наклонен к эклиптике на $23,5^\circ$, а ответ проверим в ОРЗ.

Однако вернемся к Аристарху. Не удалось ему опровергнуть очевидность, и почти на два тысячелетия Земля застыла в неподвижности. Но росла точность измерений, все труднее было согласовывать движение планет со схемой Птолемея. Недаром уже в XII веке король Кастилии Альфонс X Мудрый, выслушав объяснения



ученых, составивших по его повелению новые астрономические таблицы, неосторожно заявил: «Если бы Бог, создавая мир, посоветовался со мной, я бы рекомендовал ему устроить все это попроще». Счастье Альфонса, что еще не было Святейшей инквизиции, а не то плохо бы ему пришлось.

Нельзя не отметить вклад в развенчание геоцентрической системы кардинала католической церкви Николая Кузанского. Его аргументация была вполне «теологической»: поскольку бог вседесущ, любая точка Вселенной равно удалена от него (или равно близка к нему), а значит, равно может претендовать на право считаться центром мира. Но не надо думать, что заслуги Николая Кузанского сводятся к этой фразе. Роджер Бэкон в XIII веке, Кузанец в XV веке, Френсис Бэкон в начале XVII века заложили основы современной научной методологии, главный тезис которой можно выразить словами «опыт — критерий истины». Не маловато ли — за четыре века один тезис? Давайте не забывать, что тысячу лет критерием истины считалось согласие с Биб-

лией и Аристотелем. Ведь еще в том же XVII веке не-трудно было угодить в лапы инквизиции, просто пере-считав ноги паука. Аристотель написал, что у паука шесть ног, а попробуйте посчитать — непременно полу-чите восемь (если, конечно, паук не инвалид), и будет это великим грехом.

Но смертельный удар геоцентрической системе нанес Николай Коперник. После Коперника уже не находилось, говоря словами Ломоносова, «простака из поваров та-кова, который бы вертел очаг кругом жаркова». Только церковь продолжала отчаянно и, несмотря на пытки и костры, безнадежно защищать неподвижность Земли.

Но время всесилия церкви уходило. Приходило Воз-рождение. В самом начале XVII века был создан пред-сказанный еще Роджером Бэконом и сконструированный Леонардо да Винчи телескоп. 7 января 1610 года Га-лилей направил его на Юпитер, и тут же обнаружил, что у крупнейшей планеты четыре спутника. Сейчас этих спутников известно больше полутора десятков, но че-тыре самых крупных так и называются по имени перво-открывателя — Галилеевы спутники Юпитера. К 1670 го-ду Кассини получил реалистическую оценку радиуса земной орбиты. Через 5 лет Рёмер, используя спутники Юпитера и данные Кассини, осуществил мечту Галилея — измерил скорость света. Попробуем и мы сделать то же самое, но методом, несколько отличным от метода Рёмера.

Задача 11. Промежуток времени между двумя последовательными затмениями спутника Юпитера Ио в течение года изменяется от минимального значения $t_1 = 42$ ч 28 мин 21 с до максимального $t_2 = 42$ ч 28 мин 51 с. Определите по этим данным скорость света.

Так как орбита Юпитера гораздо больше земной ор-биты, а скорость Юпитера намного меньше скорости Земли, можно считать, что за 42,5 часа взаимное распо-ложение Земли и Юпитера практически не меняется. Кажущиеся изменения продолжительности периода об-ращения Ио связаны только с изменением направления скорости Земли. Эта скорость по величине неизменна и равна $v_3 = 2\pi R_0 / T_0 = 29,8$ км/с. Расчет см. в ОРЗ.

Накапливались данные, повышалась точность, вы-водились эмпирические законы. Пришла пора все это объяснить. Нужен был ум великой силы обобщения. И он появился.

ГЕНИЙ

1 Резерфорд = 10^6 Беккерелей,
1 Кюри = $3,7 \cdot 10^4$ Резерфордов *).

Бессмысленно в науке вводить «табель о рангах». И все же . . . Да, были Пифагор и Архимед, Леонардо и Коперник, Кеплер и Галилей, были Фарадей и Максвелл, Ломоносов и Менделеев, Бор и Ландау, и «нести им числа». Но рядом с Ньютоном, кроме Эйнштейна, трудно кого-нибудь поставить. И нельзя не согласиться со словами из надписи на могиле Ньютона: «Радуйтесь, смертные, что на Земле существовало такое украшение рода человеческого».

При жизни Ньютона ему посвящались вдохновенные строки:

Nature and Nature's laws	«Природу, законы ее
lay hid in night;	ночи таила тень;
God said: Let Newton be!	Бог сказал: Ньютон, будь!
and day was light!	И светел стал день».
A. Pope	A. Поп**)

Невозможно перечислить все, что сделал Ньютон. Открытие сложного спектрального состава солнечного света, создание дифференциального исчисления, открытие закона всемирного тяготения — любого из этих достижений хватило бы, чтобы имя его попало в энциклопедию. Ньютон изобрел и создал (!) зеркальный телескоп, разработал теорию света. Дело дошло до того, что авторитет Ньютона изредка даже становился тормозом в развитии науки. Так, именно приверженность Ньютона корпускулярной теории света долго заставляла крупнейших ученых с предубеждением относиться к волновой оптике. Но это вина не Ньютона, а его последователей-догматиков. Ведь сам Ньютон искал компромисс между корпускулярными и волновыми представлениями, открыл удобный для наблюдения интерференционный эффект — «кольца Ньютона», с помощью модели «приступов легкого

*) См., например: Сена Л. А. Единицы физических величин и их размерности. — 2-е изд. — М.: Наука, 1977.

**) Этот, как сказал бы М. М. Зощенко, «маловысокохудожественный» перевод сохраняет торжественность и несколько высокопарный слог стихов А. Попа. Блестящий перевод С. Я. Маршака мы вспомним позже, на с. 76.

и трудного отражения» пытался объяснить это типично волновое явление.

Главная же заслуга Ньютона — создание классической механики.

Знаменитые «Начала» Евклида — квинтэссенция классической геометрии, которая не зря называется евклидовой. Но самому Евклиду принадлежит вряд ли десятая часть собранных в «Началах» результатов, притом это не самые важные результаты.

«Математические начала натуральной философии» Ньютона — законченное здание классической, ньютоновой механики. И в этом здании сам Ньютон не один камень положил в фундамент, возвел половину стен, даже создал инструмент — говоря современным языком, математический анализ.

Правда, на отдельные результаты Ньютона претендовали и другие авторы. Лейбниц якобы раньше создал анализ, Гук раньше открыл закон тяготения. Не будем вдаваться в приоритетные споры: кто, что, где, когда сказал. Несомненно, что и анализ Ньютон создал независимо от Лейбница, и закон всемирного тяготения сформулировал независимо от Гука. Гуку вечно не хватало времени, чтобы довести до логического конца свои гениальные догадки. Шутка ли, еженедельно (!) демонстрировать членам Королевского общества неизвестные им явления! А именно таковы были обязанности Гука, и он с ними добросовестно и успешно справлялся в течение двадцати лет!

А Ньютону «повезло». Чума, великий мор 1666—1667 годов, заперла его на ферме в родном поместье Вулсторп. Там он и написал свои «Начала», которые даже по построению удивительно напоминают книгу Евклида. Что касается Гука, то остается ощущение, что ему и чума бы не помогла. Не тот склад ума, не тот темперамент. Гук — первооткрыватель, ему не только некогда, но и неинтересно все доводить до конца, шлифовать, обобщать. А Ньютон — нет, не систематизатор, или, вернее, не только систематизатор. Это поистине универсальный и необозримо могучий ум.

И уже совсем нелепым кажется участие самого Ньютона в спорах о приоритете. Ведь даже готовые «Начала» он опубликовал только через двадцать лет, и то под неудержимым напором Галлея.

И в трудах Кеплера искал Галлей ответ на вопрос о движении «своей» кометы, и лично к Гуку обращался

ва помощью, но не смог справиться с задачей. А Ньютон сразу сказал ему, как она движется: «По эллипсу». «Откуда Вы это знаете?!» — вскричал пораженный Галлей. Ньютон ответил просто, коротко и спокойно: «Я это вычислил».

* * *

Если человек не понимает проблемы,
он лишет много формул, а когда поймет,
в чем дело, их остается в лучшем
случае две.

Н. Бор

Действительно, чтобы решить все задачи этой книги, строго говоря, достаточно знать две формулы: второй закон Ньютона $F=ma$ и закон всемирного тяготения $F=GMm/r^2$. Все остальное — законы Кеплера, закон сохранения энергии (в том объеме, в каком он понадобится нам) — можно получить из этих двух формул. Мы, конечно, не все будем выводить сами.

У второго закона Ньютона соавтор Галилей. Это он первым исправил Аристотеля. Не покоиться или останавливаться должно тело, на которое не действуют силы, а покоиться или двигаться прямолинейно и равномерно; а если есть сила, то движение будет ускоренным. Есть соавторы и у закона всемирного тяготения: Кеплер, сказавший «тяжесть есть взаимное стремление всех тел»; Буйо, догадавшийся до закона обратных квадратов, но не сумевший доказать его; Гук. Наконец, пресловутое яблоко. Между прочим, если история с яблоком — легенда, то и ее создал, похоже, не Вольтер, а сам Ньютон.

Ньютон, сравнивая падение яблока с движением Луны, вывел закон всемирного тяготения. Мы уже знаем, спасибо Ньютону, этот закон. Но часть пройденного им пути мы тоже пройдем, хотя и в обратную сторону. Нас ждет

Задача 12. Звездный месяц (время обращения Луны вокруг Земли) $T_{\text{л}}=27,32$ сут. Зная радиус Земли $r_0=6370$ км и ускорение яблока, определите расстояние до Луны $R_{\text{л}}$.

Применяя яблоку две наши любимые формулы, получим массу Земли M_0 или лучше сразу комбинацию $GM_0/r_0^2 = g_0$ — ускорение силы тяжести на поверхности Зем-

ли, равное $9,81 \text{ м/с}^2$. А что нам известно о Луне? С одной стороны, ее ускорение, как у яблока, равно $a_L = g_0 r_0^2 / R_L^2$. С другой стороны — это центростремительное ускорение тела, движущегося по окружности радиуса R_L с некоторой скоростью v_L , т. е. $a_L = v_L^2 / R_L$. Наконец, $2\pi R_L = v_L T_L$. Посмотрим на все полученные уравнения и заглянем в ОРЗ.

Ясно, что для тел, обращающихся вокруг Земли, тоже справедливы законы Кеплера. Только в третьем законе надо их движение сравнивать с движением Луны. Беда, что почти триста лет нечего было сравнивать — у Земли не было других спутников. Но, между прочим, впервые наука сказала об искусственных спутниках устами того же Ньютона. Именно он первым понял, что однажды запущенный спутник будет обращаться вокруг Земли без всяких дополнительных усилий с нашей стороны. Но пока время спутников Земли не пришло, взглянем пристальнее в Солнце. Если мы еще не забыли, что такое T_0 и R_0 и чему они равны, если мы в состоянии из результатов решения задач 7 и 8 вычислить радиус Солнца, то нам не покажется трудной, несмотря на ее номер,

Задача 13. Определите ускорение свободного падения на поверхности Солнца.

Солнце в 400 раз больше Луны, а Земля — лишь в 3,67. Значит, радиус Солнца в 109 раз больше радиуса Земли и равен $6,96 \cdot 10^8$ км. Далее — как в задаче 12.

Кеплер и Ньютон, если можно так выразиться, количественно подтвердили принцип «бритвы Оккама», впервые сказавшего еще в XIV веке: «...на небе имеется материя того же сорта, что и в подлунных предметах, поскольку множественность никогда не следует полагать без необходимости...». Земля, Солнце, планеты одинаково подчиняются закону всемирного тяготения. Луна помогла «взвесить» Землю, Земля — Солнце. Теперь мы можем «взвесить», например, Юпитер, в чем убеждает нас

Задача 14. Радиус орбиты Ио (см. задачу 11) равен 422 тыс. км и в 5,95 раза превышает радиус Юпитера. Определите массу Юпитера и ускорение свободного падения на его поверхности.

У всех планет, кроме Меркурия и Венеры, есть спутники. У больших планет группы Юпитера — у самого Юпитера, у Сатурна, Урана, Нептуна есть еще и кольца. Первым было обнаружено кольцо у Сатурна. Сделал это

Галилей. Но он не совсем понял, что именно он увидел, потому что заметил кольцо незадолго до того, как оно повернулось ребром к Земле, и не успел толком его разглядеть. Поэтому свое открытие он опубликовал в виде анаграммы: расставил в алфавитном порядке буквы, из которых можно было составить фразу «высочайшую планету тройною наблюдал», да еще для верности добавил несколько лишних букв. Действительно, перед «исчезновением» кольцо выглядит как пара выростов по сторонам самой далекой из известных тогда («высочайшей») планет.

Что такое кольцо Сатурна? Вернее было бы сказать — кольца, так как уже Кассини удалось заметить самый большой просвет, разделяющий кольца — «щель Кассини», и колец стало два. Теперь их известно гораздо больше. Могут ли кольца быть сплошными? Окончательно на этот вопрос удалось ответить, измерив скорости внешнего и внутреннего краев кольца. У сплошного кольца больше должна быть скорость внешнего края. У колец больших планет больше скорости внутренних краев. Кольца — рой мелких и мельчайших спутников — каменных глыб, песчинок, пылинок. И непосредственно из законов Ньютона, и из законов Кеплера нетрудно понять, что чем дальше спутник, тем меньше его скорость. Какова же скорость спутника, движущегося по самой низкой из возможных, по «стелющейся» траектории, т. е. по окружности, радиус которой практически равен радиусу планеты? Один из видов выражения для этой, первой космической, или круговой, скорости заставит нас получить

Задача 15. Выразить первую космическую скорость через радиус Земли r_0 и ускорение свободного падения на ее поверхности g_0 .

Численные расчеты провести также для Солнца, Юпитера.

А вот период обращения спутника по «стелющейся» орбите зависит только от плотности небесного тела, и в этом нас убеждает

Задача 16. Зная радиус Солнца ($r_{\odot}=696$ тыс. км) и параметры земной орбиты R_0 и T_0 , определить среднюю плотность солнечного вещества. Выразить через полученную плотность минимальный период обращения спутника Солнца.

Мы достаточно «погуляли» по Солнечной системе. Пора сменить

Кристалл небес мне не преграда боле,
Но вскрывши их,
 подъемлюсь в бесконечность.

Джордано Бруно

Мы собрались выйти за пределы Солнечной системы. Что там дальше? «Сфера неподвижных звезд», то самое «седьмое небо» Аристотеля, которое собрался вскрыть бесстрашный Бруно. Но нет ли на этом небе кусочка, который ближе к нам? Проще, какая звезда ближе всех к Солнечной системе? Ответ известен — α Центавра (или Кентавра). Ответ, в общем, правильный, но неточный. Даже в небольшой телескоп видно, что α Центавра — двойная звезда. Кто ближе всех — α Центавра А или α Центавра В? Оказывается, ни А, ни В. На расстоянии $2,2^\circ$ от пары А и В находится слабая звездочка, которая так и называется — Проксима (Ближайшая). 4,3 года идет до нас свет от α Центавра, а от Проксимы — почти на 14 суток меньше. Оказывается, Проксима не только на небе расположена недалеко от пары АВ, но и в действительности, в пространстве, близка к ним. А раз так, значит (закон-то тяготения — всемирный!), она должна обращаться вокруг них. Так может быть, ей недолго осталось быть Проксимой? Выяснить это нас призывает

Задача 17. Считая, что Проксима движется вокруг α Центавра по круговой орбите, в плоскости которой лежит направление на Солнце, определить, когда Проксима потеряет право на свое название. Масса α Центавра $M_{AB}=1,9 M_{\odot}$.

Чья же все-таки задана масса, и вообще, вокруг чего обращается Проксима? Да вокруг АВ. Даже если мы прилетим на Проксиму и увидим А и В на заметном удалении друг от друга, все же по гравитационному действию на таком расстоянии нелегко отличить две звезды от одной, имеющей их суммарную массу.

«Седьмое небо» — наша Галактика, миллиарды и миллиарды звезд. Есть среди них звезды в сотни раз тяжелее Солнца и в десятки раз легче его. Есть звезды, внутри которых легко поместится орбита Земли, и есть такие, которые меньше самой Земли. Но больше всего различаются звезды своей плотностью. Тут и такие, по сравнению с которыми воздух покажется «сверхглотным» веществом, есть и совсем другие. Есть, например, нейт-

ронные звезды. Тяготение «втиснуло» электроны в атомные ядра, получилось, в сущности, одно сверхбольшое ядро. Плотность ядерного вещества можно узнать, вспомнив, что ядро, в котором «лежит» практически вся масса атома, по размеру в сотню тысяч раз меньше своей электронной оболочки. Но наш путь —

Задача 18. Период обращения самого быстрого спутника типичной нейтронной звезды $T_n = 10^{-3}$ с. Оценить плотность ядерного вещества.

Если мы еще помним задачу 16, то остается проверить ответ.

Мы посмотрели на несколько звезд нашей Галактики. А теперь попробуем взглянуть на нее в целом. Что мы увидим? Звезды, много звезд, и среди них наше великое, такое незаметное среди других Солнце. Где и как оно живет в Галактике? Некоторое представление об этом дает

Задача 19. Солнце обращается вокруг центра Галактики за 220 млн лет по орбите радиуса 2 млрд а. е. (около 10 килопарсеков). Подсчет звезд, находящихся к центру Галактики ближе, чем Солнце, дает оценку их суммарной массы $M_g^0 = 10^{11} M_\odot$. Оценить «скрытую массу» внутренних по отношению к Солнцу областей Галактики, т. е. массу, которая не поддается учету при оптических наблюдениях.

Конечно, Галактика — не точка и даже не пара близких звезд. Тем не менее мы получим разумную оценку ее массы, если и в этой задаче сосредоточим все вещество в центре Галактики. Более точные расчеты, учитывающие распределение вещества в Галактике, дают несущественно отличающийся результат.

Здесь, на мой взгляд, стоит отвлечься. Вспомним, почему можно рассматривать лишь те звезды, которые находятся между центром Галактики и орбитой Солнца. Рассмотрим шаровой слой вещества: объем, ограниченный двумя концентрическими сферами очень близких радиу-

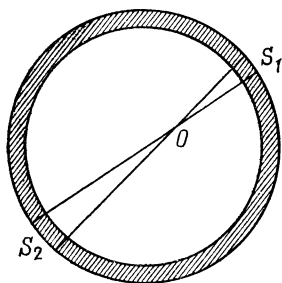


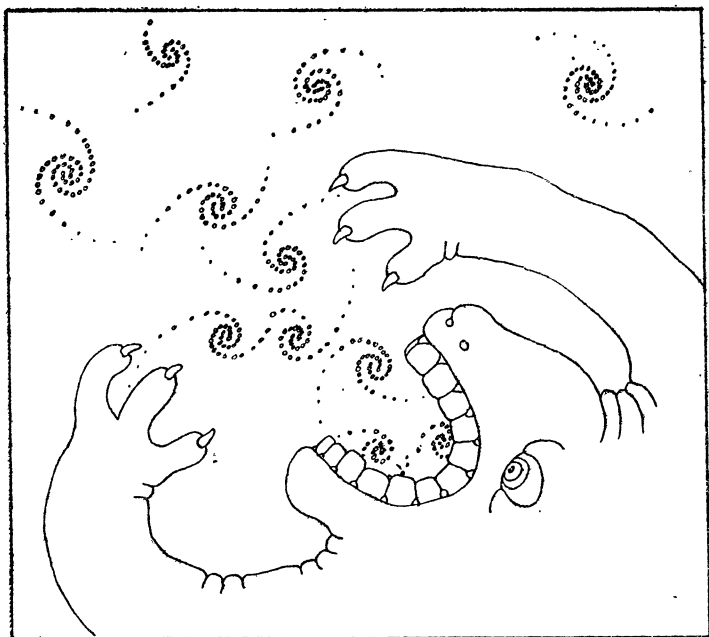
Рис. 5

сов (рис. 5). Возьмем произвольную точку O в полости, ограниченной этим слоем (его внутренней сферой). Выделим узенькие конусы, имеющие общую вершину в точке O , и общие образующие. В слое вещества они выделяют объемы, пропорциональные квадрату расстоя-

ний от точки O до соответствующих участков слоя. Если плотность вещества внутри слоя (между сферами) одинакова на участках S_1 и S_2 , притягивающие массы также пропорциональны квадратам расстояний. Нетрудно понять, что на тело, помещенное в точке O , со стороны масс, расположенных в S_1 и S_2 , будут действовать равные и противоположно направленные силы. Теперь ясно, что весь такой шаровой слой не создает поля сил тяготения в полости. Значит, при сферически симметричном распределении масс — от слоя к слою плотность может меняться, она должна быть одинаковой только внутри каждого слоя — поле тяготения создают только «внутренние» массы.

Конечно, в Галактике распределение масс далеко от сферически симметричного. Наш расчет остается грубой оценкой. В действительности влияние внешних частей Галактики даже немного ослабляет притяжение к ее центру. С другой стороны, центральные части Галактики притягивают Солнце несколько сильнее, чем при сферически симметричном распределении масс. Учет всех этих деталей привел бы к весьма громоздким выкладкам, не меняя нашей оценки по порядку величины.

Наша Галактика — далеко не вся Вселенная. Долго люди не подозревали, что расплывчатое пятнышко на небе — Туманность Андромеды — самый удаленный объект, видимый невооруженным глазом. Ведь это другая звездная система, подобная нашей, другая галактика. К мутному пятнышку в созвездии Андромеды мы вернемся позже, а сначала посмотрим на самые близкие к нам галактики — так называемые Магеллановы Облака. Их два, Большое и Малое. Они гораздо меньше Туманности Андромеды и нашей Галактики. Но они в десяток раз ближе к нам, поэтому выглядят заметно эффектнее Андромеды. К сожалению, на северном небе они не видны, поэтому узнали о них позже. Конечно, европейцы давно бывали в Южном полушарии, но этих людей больше интересовали пряности и золото, чем небо. И только любознательный спутник Магеллана Пигафетта обратил на них внимание, описал, рассказал о них европейским ученым. До Магеллановых Облаков — 200 тысяч световых лет! Но тяготению и такие расстояния не помеха. Облака обращаются вокруг нашей Галактики, как Луна вокруг Земли, Земля вокруг Солнца, Проксима вокруг α Центавра. Другой вопрос, можно ли это увидеть. Ответ на него дает



Задача 20. Один из крупнейших телескопов в Южном полушарии — телескоп Европейской южной обсерватории в Чили — имеет зеркало диаметром 3,6 м. Какое потребуется время, чтобы, сравнивая полученные на этом телескопе фотоснимки, можно было заметить движение Магеллановых Облаков вокруг Галактики? Суммарную массу Галактики принять равной $2,5 \times 10^{11} M_{\odot}$. Считать, что Магеллановы Облака движутся вокруг Галактики по окружностям.

Возникает законный вопрос — с чем сравнивать положение Магеллановых Облаков? С еще гораздо более удаленными объектами. Ведь в сильный телескоп видны галактики, находящиеся в миллионах и миллиардах световых лет от нас. Их видимое движение не заметить не только за столетия, но и за многие тысячелетия.

Вспомним, к примеру, галактику Туманность Андромеды, или просто Андромеду. До нее два с четвертью миллиона световых лет. Наша Галактика и Андромеда — два главных члена так называемой Местной Группы. В Группе — около 40 галактик, но на две самые большие приходится примерно 90% массы. Поэтому Галактика и Андромеда — самые далекие друг от друга объекты,

движение которых относительно друг друга можно рассматривать, не принимая во внимание тяготение других тел *). Зато возникает другая трудность. Во всех предыдущих задачах одно из тел было гораздо массивнее другого, и его можно было считать неподвижным центром тяготения. Андромеда же и Галактика имеют близкие массы. Поэтому нельзя сказать, что одна из них обращается вокруг другой. Они обращаются друг вокруг друга, или, вернее, вокруг общего центра масс. О том, как «быстро» это происходит и насколько трудно заметить их относительное движение,—

Задача 21. Рассмотреть вопрос задачи 20 применительно к Туманности Андромеды, наблюдаемой с помощью БТА. Масса Андромеды $M_A = 3,6 \cdot 10^{11} M_\odot$.

Расстояние до Андромеды только что названо, масса Галактики упоминалась в предыдущей задаче, диаметр объектива БТА, как мы помним,— 6 м; будем также считать, что наблюдение ведется на длине волны 6×10^{-7} м.

Осталось вспомнить, как Ньютон обобщил третий закон Кеплера. Ньютон рассмотрел общий случай движения двух тел вокруг центра масс. Он нашел, что в любой паре одно и то же значение имеет следующее соотношение $(M+m)T^2/a^3$, где M и m — массы взаимодействующих тел, T — период обращения вокруг центра масс, a — максимальное расстояние между телами — большая полуось эллипса, который одно тело описывает относительно другого.

*) Похоже, что это безответственное заявление успело устареть. Исследования последних лет рисуют такую картину «ближайших» наших окрестностей. Местная Группа входит в Местное Сверхскопление, центральная часть которого находится в шестидесяти миллионах световых лет от нас в направлении созвездия Дева. Можно говорить о притяжении Местной Группы к Деве, о движении Местной Группы вокруг компактной группировки из тысячи галактик — центра Местного Сверхскопления Дева.

Более того, и Дева, и соседи (удаленные на двести миллионов световых лет сверхскопления Гидра — Центавр и Павлин — Индеец), похоже, движутся в одном направлении под действием неправдоподобно массивного притягивающего центра. Это Суперсверхскопление — несколько десятков тысяч галактик — расположено где-то между Скорпионом и Хамелеоном на расстоянии около пятисот миллионов световых лет. Ему придумано устрашающее название — Великий Аттрактор (attractio — «притяжение»). Из обилия оговорок ясно, что приведены, как говорится, непроверенные данные. Несколько групп ученых работают над их уточнением.

Мы не знаем, по каким траекториям движутся Галактика и Андромеда. Остается надеяться, что мы не сильно ошибемся, если предположим, что они движутся по окружностям.

А для этого случая мы сами вполне можем получить обобщенный третий закон Кеплера. Посмотрим на

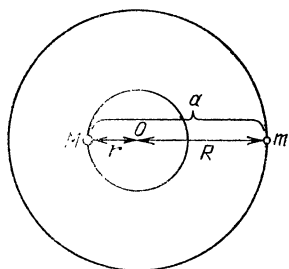


Рис. 6

рис. 6. Тело, например М, движется под действием силы $GMm/(R+r)^2$ по окружности радиуса r . Его ускорение — $4\pi^2 r^2/T^2 r$. Для нахождения r используем два соотношения. Во-первых, $r+R=a$; во-вторых, по правилу рычага $Mr=mR$. Решая полученную систему уравнений, найдем, что $(m+M)T^2/a^3=4\pi^2/G$.

Используя непосредственно полученную формулу и сравнивая движение Галактики и Андромеды с движением Земли вокруг Солнца, находим, что период обращения галактик составляет почти 70 миллиардов лет. Как мы выяснили в задаче 6, Андромеда должна пройти 10^{-7} радиана, т. е. надо прождать $1,6 \cdot 10^8$ оборота, а это больше 1000 лет!

Но давайте двинемся по шкале масштабов в обратную сторону. Вернемся в нашу Галактику — в ней тоже нередко встречаются двойные системы.

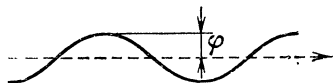


Рис. 7

Так, в 1844 году выдающийся математик и астроном Бессель обнаружил, что самая яркая звезда нашего неба

Сириус движется не по прямой, а примерно по синусоиде (рис. 7). Максимальное угловое отклонение Сириуса от прямолинейного пути $\varphi=2,3''$. Период «колебаний» $T=50$ лет. Бессель предположил, что у Сириуса есть спутник — невидимая звезда Сириус В («главную» звезду стали называть Сириус А). Через 18 лет отец и сын Кларки, прославленные строители крупнейших телескопов, увидели Сириус В в только что налаженный 46-сантиметровый телескоп. Орбиты Сириусов уточнили и с помощью обобщенного третьего закона Кеплера пару «взвесили». Но массу Сириуса А удалось оценить раньше косвенным путем — по известному расстоянию до него (2,66 парсека), светимости и спектральному классу.

Она равна $M_A = 2,3 M_\odot$. Поэтому, даже не зная результатов Кларков, можно

Задача 22. Рассчитать массу Сириуса В, используя приведенные выше данные о Сириусе А. Считать, что орбиты Сириусов круговые, а плоскость орбит перпендикулярна направлению от них к Солнечной системе.

Вспомним, что парсек — расстояние, с которого радиус земной орбиты виден под углом $1''$, т. е. $206265 \text{ а. е.} \approx 2,06 \cdot 10^5 \text{ а. е.}$ Так как Сириус А отклоняется от прямолинейного пути на $2,3''$, а земная орбита видна с Сириуса под углом $(1/2,66)''$, радиус орбиты Сириуса, очевидно, $r_A = 2,66 \cdot 2,3 = 6,12 \text{ а. е.}$ Но это не величина a , входящая в формулу обобщенного третьего закона. Это только радиус окружности, по которой вокруг центра масс обращается Сириус А. Нетрудно выразить параметр a через массы Сириусов; получаем $a = r_A (M_A + M_B) / M_B$. Далее призываем читателя поработать самостоятельно.

Дальше по этому пути идти некуда. В нашей Солнечной системе самый близкий по массе к своей планете спутник у Земли. Но Луна все-таки в восемьдесят с лишним раз легче Земли, и в большинстве случаев ее можно считать «невесомой». Поэтому остается вообразить, что

Задача 23. Земля внезапно стала по массе равной Солнцу, а расстояние между ними не изменилось. Как изменилась продолжительность года?

В пределах разумного мы исчерпали задачу двух тел. Проблема трех тел вообще пока не решена. Но «частная проблема трех тел», когда массой одного из них можно пренебречь, разрешима. Нам, например, посильна

Задача 24. Звезды А и В α Центавра обращаются по круговым орбитам на некотором расстоянии друг от

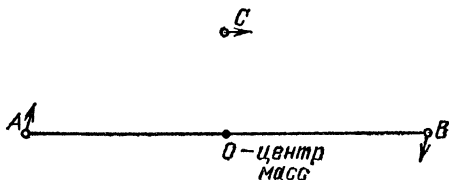


Рис. 8

друга. Массы их практически равны. В той же плоскости вокруг центра масс звезд А и В обращается по окружности легкая планета С, причем треугольник АВС (рис. 8)

сохраняет свою форму и размеры. Найти радиус орбиты планеты С.

Сразу отметим, что речь идет отнюдь не о Проксиме. Та далеко от АВ, а наша гипотетическая планета «влезла» внутрь системы звезд, и для нее они ни в коей мере не эквивалентны одному притягивающему центру.

Читатель, надеюсь, решил задачу 24 или, по крайней мере, ознакомился с ее решением по ОРЗ. Поэтому не будет нежеланной подсказкой упоминание о том, что в действительности подобные планеты существуют в нашей Солнечной системе. Оказывается, такое движение в вершине равностороннего треугольника, построенного на АВ, устойчиво и в том случае, если массы А и В различны. В частности, две группы астероидов движутся по орбите Юпитера (это нетрудно понять, если вспомнить, что Юпитер всё же гораздо легче Солнца); одна из групп опережает Юпитер на $1/6$ окружности, другая на такое же расстояние отстает от него. Это так называемые «тройцы»: им присваивают имена участников Троянской войны — в одной группе греческие герои, другой — защитники Трои.

ЗАКОНЫ

Если бы вся Вселенная обратилась в одно государство, то как не установить повсюду одинаковых законов?

К. Прутков

С точки зрения физики Вселенная — «одно государство», законы во Вселенной едины. Пример — закон всемирного тяготения. Но ведь это, в конце концов, только формула, описывающая одно из фундаментальных взаимодействий. Есть законы, которые еще более наглядно подтверждают формулировку Энгельса: «Закон — форма всеобщности».

Первый из них — закон сохранения энергии. Сфера его действия не ограничивается, конечно, кругом задач, которые могут быть рассмотрены в этой книге. Такого масштаба закон — результат общения невообразимой массы результатов наблюдений, экспериментов, теоретических изысканий. Ни из чего другого его не получишь. Часто встречаются утверждения, что законы сохранения можно получить из одних только свойств симметрии пространства и времени. Но даже те авторы, у которых за одиозным выражением «нетрудно показать» действительно следует доказательство, начинают его словами

«если учесть ...», и далее следует второй закон Ньютона, третий закон...

Наша задача гораздо скромнее. Мы хотим найти конкретную форму закона сохранения энергии применительно к силам тяготения и научиться пользоваться этим законом. Вот в такой узкой постановке задачи нам кое-что удастся «показать». Еще уже: как выглядит формула для потенциальной энергии гравитационного взаимодействия двух материальных точек?

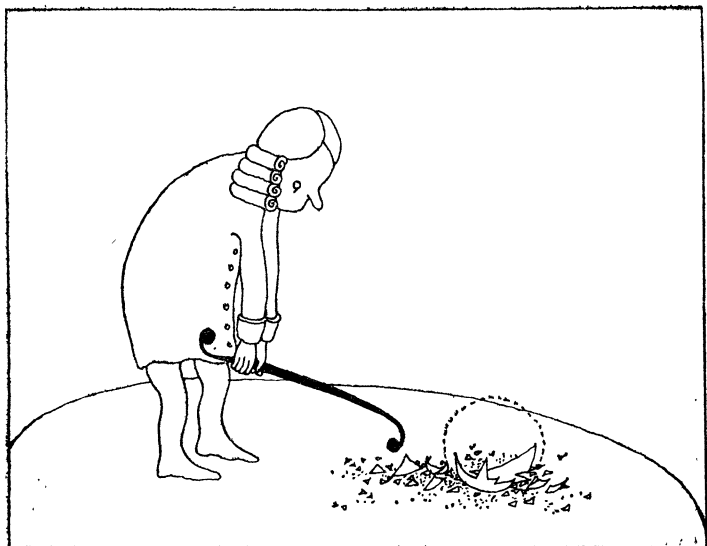
Потенциальная энергия — величина, не вполне определенная. Ясный смысл имеет только разность потенциальных энергий, а сама энергия зависит от того, какому состоянию мы припишем определенное, произвольно выбранное нами значение энергии. Если два тела бесконечно удалены друг от друга, то они, конечно, не взаимодействуют. Поэтому естественно этому состоянию приписать нулевое значение потенциальной энергии. При любом конечном расстоянии между телами в этом случае энергия будет отрицательной величиной: чтобы «расташить» тела до бесконечного расстояния между ними, надо совершить работу, добавить энергию.

Еще раз хочу подчеркнуть, что основной аргумент в пользу такого выбора — нам так удобно. Вряд ли кто-нибудь одобрит такой выбор, если ему предстоит рассчитать, на какую высоту он может забросить камень, даже если это очень сильный метатель. Тут естественно нулевое значение энергии выбрать на поверхности Земли, как это чаще всего и делается при решении подобных задач.

Проще всего получить энергию, вычислив работу, т. е. проинтегрировав величину GMm/r^2 от расстояния R до бесконечности. Получаем $U = -GMm/r$.

Читателю, не знакомому с интегрированием, может помочь аналогия с электростатическим взаимодействием. В законе Кулона тоже фигурирует обратная пропорциональность силы расстоянию, и выражение для энергии отличается от выражения для силы только тем, что расстояние в знаменателе меняет степень с двух на единицу. Знак тоже понятен — сила притяжения соответствует разноименным зарядам, и соответствующая энергия отрицательна.

Несколько слов о материальных точках. Когда мы рассматривали, допустим, систему Сириуса, там все понятно: размеры звезд несравненно меньше расстояния между ними, и неважно, что эти «материальные точки»



имеют диаметры по десятку тысяч, и то и по миллиону километров. Когда правомерность такого приближения казалась сомнительной, были сделаны соответствующие оговорки, как в задаче о Проксиме. Но мы и движение спутника по стелющейся траектории рассматривали так, как будто звезда — материальная точка. А тут размеры тела и расстояние между телами в лучшем случае равны — если считать от центра звезды. А откуда надо считать?

Вспомним: еще Ньютон доказал, что в случае сферически симметричного распределения плотности внутри тела последнее действует на другие тела точно так же, как материальная точка массы, равной массе этого тела, расположенная в его центре. Как он это доказал? Вычислил, как мы вычислили силу в задаче с планетой, взаимодействующей с двумя звездами. Только ему пришлось разбить шар на бесконечное число бесконечно малых частей, которые уже можно считать точками, и проинтегрировать.

Одно вспомогательное мероприятие. Полезную для решения более содержательных задач формулу нас заставит получить

Задача 25. Найти потенциальную энергию тела единичной массы на поверхности Земли, зная g_0 и r_0 .

Эту формулу нетрудно получить, сравнивая выражения для потенциальной энергии и для силы притяжения к Земле mg_0 . Оказывается, $U/m = -g_0 r_0$.

Примечательно, что по абсолютной величине эта энергия ровно в два раза больше кинетической энергии единицы массы спутника, движущегося по стелющейся орбите. Можете проверить: мы уже вычисляли скорость такого спутника — первую космическую скорость. Если мы вспомним еще раз, что кинетическая и потенциальная энергии у нас имеют разные знаки, то сразу получим, что полная энергия равна по модулю кинетической, но отрицательна.

Эти простые соотношения, как нетрудно проверить, справедливы для любого тела, движущегося по окружности вокруг притягивающего центра. Необходимо только, чтобы сила убывала пропорционально квадрату расстояния. Например, такие же соотношения между различными видами энергии справедливы для электрона, который движется по окружности в кулоновском поле ядра: $U=2E=-2K$.

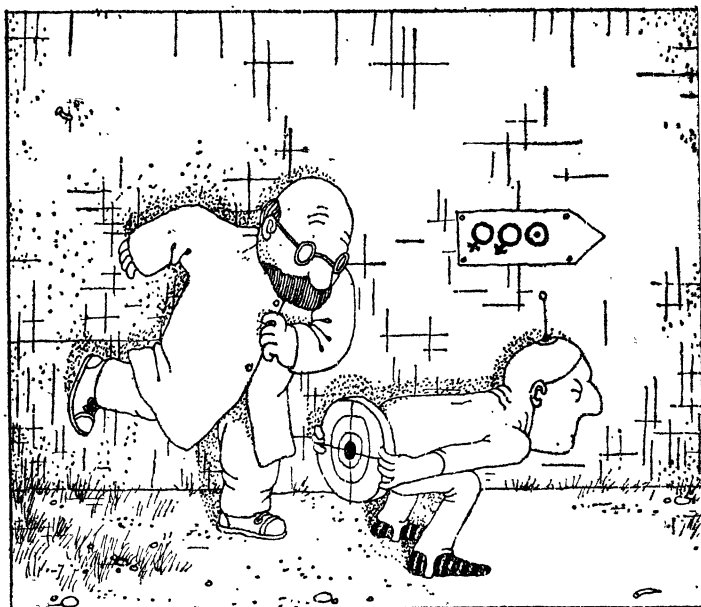
Но вернемся к нашей любимой гравитации.

Задача 26. Ракета запущена с первой космической скоростью точно по направлению от центра Земли. На какую высоту она поднимается?

Если бы мы запустили ракету горизонтально, она стала бы спутником (про сопротивление воздуха забудем). Но в любом случае она движется по эллипсу. Окружность — вырожденный эллипс с совпадающими фокусами. В нашем случае эллипс вырождается в отрезок прямой, — это эллипс, у которого фокусы «убежали» на самые края, на концы отрезка. В данный момент эти замечания не очень актуальны, но они нам еще пригодятся. Теперь о задаче 26. Как мы только что выяснили, полная энергия ракеты в расчете на единицу массы будет равна $-g_0 r_0/2$. На произвольном расстоянии R от центра Земли потенциальная энергия уменьшится в R/r_0 раз и будет равна $-g_0 r_0^2/R$. Кинетическая энергия в момент наивысшего подъема, очевидно, равна нулю. Следовательно, ... см. ОРЗ.

Значит, как и надо было ожидать, с первой космической скоростью можно попасть только в самый ближний космос. А какая скорость нужна, чтобы улететь от Земли?

Задача 27. Рассчитать вторую космическую скорость.



На Земле потенциальная энергия равна $-g_0 r_0$, на бесконечности она равна нулю. Значит, чтобы добраться до бесконечности, хотя бы «доползти» туда с нулевой скоростью, надо иметь запас кинетической энергии, равный $g_0 r_0$ (все энергии берутся в расчете на единицу массы).

При вычисленной нами скорости — 11,18 км/с — тело «убежит» от Земли по параболе. Поэтому вторая космическая скорость имеет еще два названия — «скорость убегания» и «параболическая скорость». В общем случае мы будем употреблять последнее название, например «для тела, находящегося в поле тяжести звезды Бетельгейзе на расстоянии 1000 а. е. от ее центра, параболическая скорость равна...». Если тело находится на поверхности планеты, например Юпитера, или звезды, мы будем говорить: «Скорость убегания для Юпитера равна...». А название «вторая космическая скорость» прибережем для скорости убегания с Земли, для параболической скорости на поверхности Земли.

А между прочим, действительно,

Задача 28. Чему равна скорость убегания для Юпитера? $M_{\text{Ю}} = 318 M_0$, $r_{\text{Ю}} = 11 r_0$.

Или вот еще

Задача 29. Чему равна параболическая скорость на расстоянии 1 а. е. от Солнца?

Мы, наверное, уже заметили, что параболическая скорость в $\sqrt{2}$ раз больше соответствующей круговой. Поэтому достаточно просто умножить на $\sqrt{2}$ скорость движения Земли по своей орбите.

Подчеркнем, что это отнюдь не третья космическая скорость. Третьей космической скоростью называют скорость, которую тело должно иметь у поверхности Земли, чтобы потом оно смогло уйти не только из поля тяготения планеты, но из поля тяготения Солнца, т. е. смогло покинуть Солнечную систему. Как рассчитать эту скорость?

Задача 30. Чему равна третья космическая скорость?

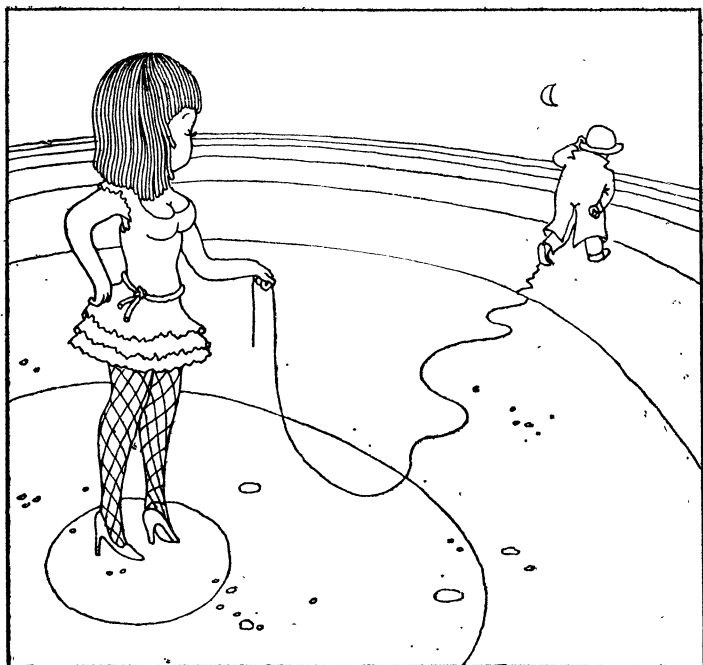
Покинув поле тяготения Земли, тело должно иметь параболическую скорость — 42,1 км/с — относительно Солнца. Но Земля движется относительно Солнца со скоростью 29,8 км/с. Значит, при удачном выборе направления телу достаточно иметь скорость относительно Земли 12,3 км/с. А на поверхности Земли? (См. ОРЗ.)

Пожалуй, стоит пояснить слова «покинет поле тяготения» той или иной планеты, звезды.

Строго говоря, поле тяготения любого тела простирается до бесконечности. Какое бы расстояние мы ни выбрали, все равно получим некоторое конечное значение силы. Пример влияния Юпитера на движение кометы Галлея в поле тяготения Солнца мы разбирали на с. 13. И, кстати, видели, что Юпитер с помощью Сатурна и всех других планет за два с лишним тысячелетия изменил период обращения кометы лишь на пару процентов.

Так что есть много случаев, когда влиянием всех тел, кроме одного, можно с какой-то степенью точности пренебречь.

Так вот, мы при анализе движения тела вблизи планеты пренебрегаем воздействием Солнца, не забывая при этом двух обстоятельств. Во-первых, мы рассматриваем движение тела относительно, например, Земли, и полученная нами на первом этапе скорость — скорость относительно Земли, а никак не относительно Солнца или, тем более, относительно «неподвижных звезд». И второе: как только тело достаточно далеко ушло от Земли, его судьба — в руках Солнца. Что такое «достаточно далеко»?



В большинстве случаев мы не допустим серьезных просчетов, если будем рассматривать в подобных случаях движение под действием только той силы, которая в данном месте больше. Особые случаи, например приливные силы, надо рассматривать подробнее, учитывая взаимодействие одновременно с двумя телами. Так мы уже делали, например (хотя рассматривали не приливы) в задаче с придуманной планетой С в системе α Центавра.

Как мы только что вспомнили, комета Галлея движется практически только под влиянием Солнца. Не удастся ли нам оценить,

Задача 31. Какова максимальная скорость кометы Галлея?

Очевидно, что максимальной скорость кометы будет на минимальном расстоянии от Солнца. Вспомним, что оно равно 0,59 а. е. После «свидания» со светилом комета уходит очень далеко от него. Не на бесконечность, но очень далеко. Значит, ее полная энергия не равна нулю, но ненамного меньше нуля. Но тогда скорость в перигелии хотя и не равна параболической, но близка к ней. Нас просят оценить скорость кометы. Параболическая ско-

рость для расстояния 0,59 а. е., по-видимому, будет не очень грубой оценкой.

Уточнением этой скорости мы вскоре займемся, а сейчас — о других законах.

* * *

Второй великий закон — закон сохранения импульса, количества движения. Им мы тоже широко будем пользоваться. Пример:

Задача 32. Спутник движется вокруг планеты со скоростью v . Он состоит из двух отсеков равной массы. В некоторый момент времени отсеки разделяются, причем один из них останавливается. Какова скорость второго отсека сразу после разделения?

Можно ли при решении этой задачи использовать закон сохранения энергии? Конечно, нет. На разделение отсеков была затрачена какая-то работа: может быть, космонавты отталкивали отсеки друг от друга (что маловероятно), скорее всего, один отсек, как говорится, отстреливали от другого — тогда надо учесть химическую энергию. Ведь полное название «главного» закона природы: закон сохранения и превращения энергии.

А импульс сохранится? Ответим уклончиво: законом сохранения импульса пользоваться можно.

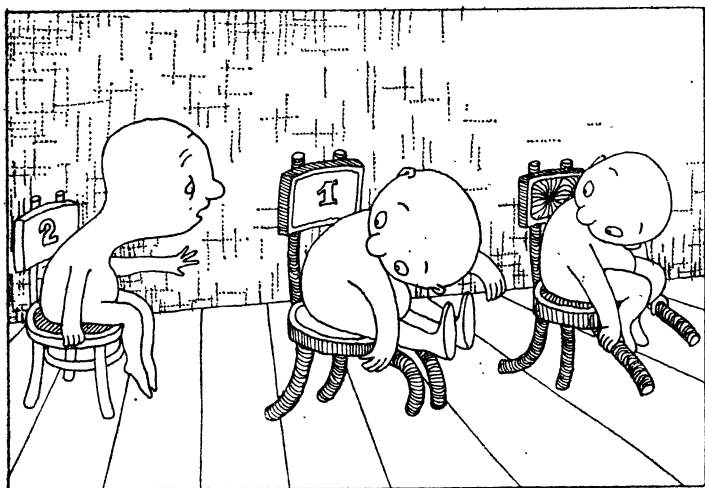
Строго говоря, импульс сохраняется в двух случаях:

- 1) если система замкнута, т. е. внешних сил нет;
- 2) если внешние силы уравновешивают друга друга.

У нас ни один из этих вариантов не осуществляется — есть сила притяжения к планете, которая ничем не уравновешивается. Почему же мы собираемся применять несправедливый в данном случае закон?

Вот тут надо разделить два случая, назовем их «отстрел» и «ручной» способ. При отстреле между отсеками действует очень большая сила, но действует она недолго. Получается, что эта, внутренняя для спутника в целом, сила успевает заметно изменить относительное движение частей корабля, в то время как умеренная по величине сила притяжения за столь короткое время не может внести существенных изменений в движение отсеков, в движение корабля в целом, в движение его центра масс.

Другое дело — ручной способ. Скоро ли удастся затормозить полспутника до полной остановки? Если отсек имеет массу, предположим, всего 1 тонну, то три-



четыре космонавта в лучшем случае могут развить «внутреннюю силу» порядка силы тяжести (если планета — Земля). Пока они будут стараться, сила тяжести тоже поработает, и что там получится, сразу и не сообразишь.

Но, может быть, можно, считая, что центр масс движется по прежней траектории, пересечь в связанную с ним систему отсчета и там все рассчитать? Иногда можно, но не всегда. Пока мы расталкиваем отсеки, меняются не только их скорости, но и положения. Если мы продолжаем решать нашу не слишком серьезную задачу о «ручном» способе разделения отсеков, то такой вариант решения надо признать корректным. В общем же случае, так как поле тяжести неоднородно, внутренние силы, меняющие взаимное расположение частей, могут вызывать изменение суммарной внешней силы, действующей на спутник, а значит, и движения центра масс.

Ситуация здесь такая же, как при «езде на стуле». Упрощенно этот захватывающе интересный способ передвижения можно представить примерно так. Подпрыгнув вместе со стулом, мы его (стул) «проталкиваем» под собой немного вперед. Потом, пока стул стоит на полу, мы сползаем на передний край стула, который силами трения удерживается на месте, и повторяем все сначала. Мы лично взаимодействуем только со стулом, для системы «стул + человек» наши усилия — внутренние силы. Но в

результате этих усилий меняется сила трения между стулом и полом — внешняя сила, что и позволяет нам вместе со стулом передвигаться.

Можно ли «ездить на стуле» в космосе? Оказывается, можно. Подобный способ передвижения рассматривается вполне серьезно, действующее на этом принципе устройство даже имеет название — «гравилет», хотя еще и не построено.

Но о гравилете мы поговорим позже. А сейчас нас ждет третий великий закон.

* * *

Это закон сохранения момента импульса. Собственно говоря, мы с ним уже отчасти знакомы. Второй закон Кеплера — частный случай закона сохранения момента импульса. Что такое момент импульса? Существует тесная связь между моментом силы и моментом импульса. Как момент силы — произведение силы на плечо, так и момент импульса — произведение импульса на плечо. Более того, точно так же, как внешняя сила изменяет импульс, момент внешних сил изменяет момент импульса. Скорость изменения импульса равна внешней силе, скорость изменения момента импульса равна моменту внешних сил.

Где же тут второй закон Кеплера?

Посмотрим на рис. 9. Для простоты выбраны точки, где векторы \mathbf{v} и \mathbf{r} перпендикулярны друг другу, т. е. точки, где \mathbf{r} — плечо. Сила проходит через ось — мы специально, конечно, выбрали ось, проходящую через центр притяжения, — и момента не создает. Момент импульса планеты не должен изменяться. Но что такое момент импульса? Это произведение mvr . Умножив его на величину некоторого небольшого промежутка времени τ и разделив на удвоенную массу, получим «площадь, заметаемую радиусом-вектором планеты за время τ ». Постоянство этой площади и есть второй закон Кеплера.

Достаточно ясно, что и в произвольной точке произведение момента импульса на половину плеча, деленное на

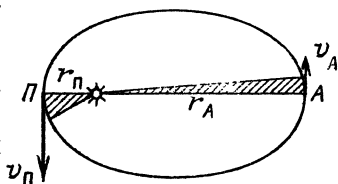


Рис. 9

массу тела, есть площадь треугольника, заметаемого радиусом-вектором за единицу времени.

Несколько сложнее обстоит дело в случае сравнимых масс взаимодействующих тел — двойные звезды, пары галактик. Конечно, и в этом случае момент импульса сохраняется, но применение закона приводит к утомительно громоздким выкладкам. Поэтому в двойных системах мы будем рассматривать только круговые орбиты, где все гораздо проще.

* * *

Мы вспомнили три великих закона природы. Теперь мы знаем все, что нам надо для решения собранных в этой книге задач.

Конечно, одними законами не обойтись. Они только отвечают на вопрос, что может быть. То, что противоречит этим законам, «не может быть, потому что не может быть никогда». А что будет?

Ну, например, тело имеет вторую космическую скорость. Оно может улететь от Земли.

А улетит ли? Надо еще посмотреть, куда эта скорость направлена. Вспомним, что первая космическая скорость делает тело спутником Земли, только если она направлена горизонтально относительно поверхности Земли. У второй космической скорости свободы побольше. Если тело сразу не врежется в Землю, значит, будет от нее удаляться. Поэтому достаточно, чтобы направление скорости составляло острый угол (в крайнем случае — прямой) с нормалью к поверхности Земли, и мы на свободе — в открытом космосе.

Но вернемся к нашим планетам. Впрочем, сначала к комете Галлея. За автором должок, который как раз пора отдать, что я и постараюсь сделать, предлагая читателю заняться «ловлей блох».

Задача 33. Уточнить значение скорости кометы Галлея в перигелии, используя закон сохранения энергии и закон сохранения момента импульса (второй закон Кеплера).

Рассмотрим перигелий и афелий орбиты — воспользуемся рис. 9. Расстояния r_p и r_a мы знаем — 0,59 и 35,5 а. е. (задача 4). Запишем два рекомендованных к использованию закона для этих точек и заглянем в ОРЗ.

Не правда ли, немного обидно — насколько больше вычислений, чем в задаче 31, а отличие результатов едва

ли в пределах точности расчетов? Зато совсем немного надо считать, чтобы

Задача 34. Вычислить скорость кометы в афелии.

Жаль расставаться с такой замечательной кометой, поэтому еще

Задача 35. Какое время тратит комета Галлея на прохождение ближней к Солнцу половины орбиты?

Кто не помнит площадь эллипса — она равна πab , где a и b — соответственно большая и малая полуоси.

Что-то мы увлеклись вычислениями. А ведь гораздо лучше нас, во всяком случае, лучше автора, это делали великие вычислители.

* * *

В каждой науке ровно столько истины,
сколько в ней математики.

И. Кант

Небесная механика — так называется область науки, по окраинам которой мы бродим в этой книжке. И в этой области полно математики.

Первой крупной победой этой науки было предсказание возвращения кометы Галлея. Но подлинным ее триумфом стало открытие, как сказал Энгельс, «на кончике пера» новой планеты — Нептуна.

К XVIII веку семейство планет по сравнению с древностью уменьшилось — Луну «разжаловали» в спутники, Солнце «возвели в сан» главы семьи. Но вот в 1781 году произошло первое «прибавление семейства»: Уильям Гершель открыл Уран. В общем-то удивительно, что это произошло лишь спустя 170 лет после того, как Галилей впервые посмотрел на небо в телескоп. Конечно, Уран вдвое дальше Сатурна, в два с половиной раза меньше его, но все же светит, как звезда 6-й величины, т. е. на пределе видимости даже для невооруженного глаза.

Как бы то ни было, новая планета была открыта. И тут началась, вероятно, известная читателю история. Уран упорно не желал подчиняться законам Кеплера, даже с учетом возмущений, которые вносят все планеты.

Возник вопрос: а все ли? Может быть, существует еще более далекая планета, которая практически не влияет на движение всех планет, кроме Урана?

Англичанин Адамс и француз Леверье почти одновременно решили обратную задачу небесной механики: по известным отклонениям Урана от «правильного пути» вычислили траекторию «возмутителя».

Адамсу не повезло. Хотя он закончил свои расчеты на несколько месяцев раньше Леверье, планету никто не искал. Руководителя Адамса работа не заинтересовала, и она легла под сукно. А по расчетам Леверье был найден и опознан Нептун. Напомню, что никаких ЭВМ в то время (Нептун был открыт 24 сентября 1846 года) не было, Адамс и Леверье вручную численными методами — другие для такой задачи не подходят — решали громоздкую систему уравнений. Поистине титанический труд!

Итак, самая далекая из планет — Плутон. Так, да не совсем. И речь не о том, что, может быть, за Плутоном есть еще планеты. Тогда достаточно было бы уточнить — из известных планет. А речь о том, что

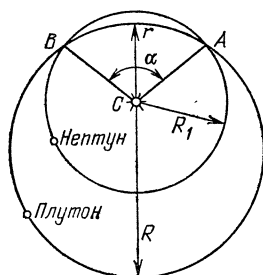


Рис. 10

Задача 36. Из-за сравнительно большого эксцентриситета орбиты Плутона (большая полуось $a=5,9 \cdot 10^9$ км, малая полуось $b=5,73 \cdot 10^9$ км) его расстояние от Солнца меняется от минимального $r=4,4 \cdot 10^9$ км до максимального $R=7,4 \cdot 10^9$ км. Нептун же движется по практически круговой орбите радиуса $R_1=$

$=4,5 \cdot 10^9$ км. В результате часть орбиты Плутона, определяемая углом $\alpha=100^\circ$ (см. рис. 10), расположена ближе к Солнцу, чем орбита Нептуна. В 1969 году Плутон перешел с девятого на восьмое место среди больших планет Солнечной системы. Когда он вернется на свое законное девятое место?

Период обращения Плутона, конечно, можно определить из третьего закона Кеплера. Получаем $T=247$ лет. А нашу задачу поможет решить второй закон Кеплера (см. ОРЗ).

Мы до сих пор занимались почти исключительно естественными небесными телами. Если изредка в задачу и попадал спутник, то какой-то безымянный. А между тем в небо рвались совсем не безымянные

ИКАРЫ

Земля — колыбель человечества.
Но нельзя же вечно жить в колыбели!

К. Э. Циолковский

Космическая эра начиналась дважды. Только что исполнилось 30 лет со дня запуска первого искусственного спутника Земли — он взлетел 4 октября 1957 года. А пока книга дойдет до читателя, на очереди будет тридцатилетие первого космического полета человека.

12 апреля 1961 года первый Икар XX века поднялся в космос. Имя его известно всем — это Юрий Гагарин, первый человек, облетевший Землю.

- А сколько времени понадобилось Ю. А. Гагарину, чтобы совершить кругосветное путешествие?

Задача 37. Орбита космического корабля «Восток» имела высоту в перигее 181 км, а в апогее — 327 км. Определите период обращения космического корабля Ю. А. Гагарина вокруг Земли.

Наверное, проще всего сначала вычислить период обращения по стелющейся орбите: мы знаем длину окружности земного шара — 40 тыс. км, а первая космическая скорость — 7,9 км/с — скорость спутника на приземной орбите. Значит, минимальный (теоретический, без учета сопротивления воздуха) период спутника — $5064 \text{ с} = 1 \text{ ч } 24,4 \text{ мин}$. С помощью третьего закона Кеплера без труда получим, что период обращения «Востока» равен почти точно полутора часам. Напомним, что в действительности Гагарин находился в полете 1 ч 48 мин, т. е. он пролетел несколько больше одного «витка»

И полетели спутники! Сначала — чтобы посмотреть, как там в космосе, потом — чтобы работать на человека. С 1965 года работают советские спутники связи «Молния». Одной из самых удобных для связи является так называемая геостационарная орбита — когда спутник все время «висит» над одной точкой земной поверхности.

Задача 38. Определить радиус орбиты геостационарного спутника.

Конечно, такой спутник должен обращаться в плоскости экватора.

Множество спутников запущено за 30 лет космической эры. Некоторые из них движутся по близким орбитам. Мы рассмотрим

Задача 39. Два спутника, которые движутся по одной орбите, имеют период обращения вокруг Земли 4 часа. Расстояние между спутниками изменяется от минимального — 2 км до максимального — 5 км. Определить высоту апогея и перигея общей орбиты спутников.

* * *

В марте 1965 года первый человек — Алексей Леонов — побывал в открытом космосе. Один из экспериментов, которые он там произвел, привел к запуску спутника в буквальном смысле слова рукой человека: он бросил крышку фотоаппарата, и она стала самостоятельным спутником Земли.

Но прежде чем изучить движение крышки-спутника, мы вспомним две формулы, которые здорово нам могут помочь.

Формула первая, точная.

Задача 40. Выразить большую ось орбиты спутника через его полную энергию.

Для круговой орбиты, используя выражение для центростремительной силы, легко получим $2a=2R=\frac{GM}{K}$ (K — кинетическая энергия). Теперь вспомним, что полная энергия по модулю равна кинетической; значит, $2a=GM/|E|$. Для эллиптической орбиты результат тот же. Вывод посложнее, он приведен в ОРЗ.

Формула вторая, приближенная — не из физики, а из математики. Допустим, в выражении $(1+x)^n$ второе слагаемое в скобках — x — мало по сравнению с единицей. Если n — целое число, то $(1+x)^n=1+nx+n(n-1)x^2/2+\dots$. Но каждый следующий член примерно в $1/x$ раз меньше предыдущего. Значит, если не гнаться за абсолютно точной цифрой, а в физике таких не бывает, то на каком-то члене этот ряд можно оборвать. Мы обычно будем его обрывать на втором члене, т. е. считать, что $(1+x)^n\approx 1+nx$. Заметим, что эта приближенная формула справедлива для любых показателей степени — отрицательных, дробных, иррациональных.

Теперь мы готовы бросать крышки со спутников. Для начала

Задача 41. Бросим крышку вперед по ходу спутника, находящегося на околоземной орбите. Скорость крышки (относительно спутника, конечно) $v_k = 10$ м/с. Насколько орбита крышки отличается от орбиты спутника?

Вопрос сформулирован нечетко. Это сделано умышленно, чтобы читатель сам попытался разобраться, какой будет орбита.

Если форма и параметры орбиты крышки проявились, нетрудно вычислить,

Задача 42. Каково будет расстояние между крышкой и спутником, когда они совершат один оборот после запуска крышки?

А теперь посмотрим, что сделал Леонов.

Задача 43. Леонов бросил крышку по направлению к центру Земли. Скорость крышки относительно корабля та же — 10 м/с. Насколько отличается большая полуось орбиты «крышки Леонова» от радиуса орбиты спутника (который считать практически равным радиусу Земли)?

* * *

Хуже нет — ждать да догонять.
Русская пословица

Мы немного научились сравнивать мало отличающиеся орбиты. В задаче 41 один из спутников — крышка — пытался убежать от другого; в задаче 42 орбиты пересекались. Вернемся к задаче 39. Там один из спутников безуспешно гнался за другим, то приближаясь к нему, то отставая.

А что надо сделать, чтобы спутники состыковались? На первый взгляд, совсем простую вещь: увеличить скорость «заднего» спутника, он догонит передний, тогда чуть притормозим — и вот она, мягкая стыковка.

Не тут-то было. Увеличив скорость второго спутника, мы забросим его на другую, более высокую орбиту. Для простоты рассмотрим случай, когда спутники летят друг за другом по круговой траектории. После ускорения второй спутник станет двигаться по эллипсу, для которого точка ускорения — перигей, и проскочит мимо первого (рис. 11). Общей у их траекторий теперь

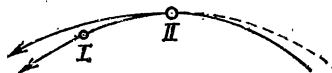


Рис. 11

будет одна точка II. Только там они могут встретиться. Как же им оказаться в этой точке одновременно?

Первый спутник попадет туда через время, немного меньшее, чем первоначальный период обращения обоих спутников. А второй? Ему нужен целый период, да к тому же период новый, период обращения по эллиптической орбите, на которую он попал после ускорения. А этот период больше первоначального. Ускорившийся второй спутник отстанет еще больше от «ленивого» первого!

Вот теперь не покажется неожиданным вариант: чтобы догнать, надо ... притормозить!

Задача 44. Два спутника движутся по одной круговой орбите радиуса 7000 км на расстоянии 53 км друг от друга. При каком изменении скорости второй спутник через период догонит первый?

* * *

Еще совсем незадолго до начала космических полетов, даже уже после запуска первых спутников, одним из вероятных препятствий для прорыва в космос человека считалась метеоритная опасность.

Действительно, открыты тысячи астероидов — глыб размером в сотни километров. «Камушек» в десятках метров и в самый мощный телескоп не углядишь. А какого размера метеорит опасен для спутника? Конечно, это в значительной мере зависит от того, куда этот камушек попадет. Важна и скорость камня. Если он догоняет спутник — допустим, это тоже спутник Земли, вроде крышки, — то относительная скорость может быть небольшой, произойдет «мягкая стыковка». Но предположим, что это спутник Солнца, который движется примерно по орбите Земли, но в противоположную сторону. И вот он подлетает к Земле.

Задача 45. Какова будет скорость такого метеорита относительно Земли вблизи ее поверхности?

И вот такой «скоростной» метеорит попадает в космический корабль. Что будет? Допустим, космонавты не пострадали; они в скафандрах, так что и утечка воздуха им не страшна. Но орбита?

Задача 46. Спутник массы в 1 тонну движется по круговой орбите, радиус которой в 2 раза больше радиуса Земли. Метеорит из задачи 45 сталкивается со

спутником «лоб в лоб» и застревает в нем. При какой массе метеорита спутник врежется в Землю?

Но меняют орбиты не только крышки или, упаси бог, сбитые с пути метеоритами спутники. Сами спутники, межпланетные корабли совершают многочисленные

МАНЕВРЫ

Глазомер, быстрота и натиск!

А. В. Суворов

Глазомер космонавты заменяют тщательными расчетами, «натиск» им обеспечивают двигатели. А быстрота понадобится нам. Я не имею в виду, что мы быстро-быстро должны решать задачи или еще что-нибудь в этом духе. Просто мы будем рассматривать такие маневры, которые осуществляются с помощью кратковременного включения двигателей. Беда в том, что с расчетом «медленных» маневров нам просто трудно будет справиться. Вопрос о точности расчетов не стоит. Даже в принципе мы по большей части не сможем разобраться, что надо делать. Для примера — «простая»

Задача 47. На какую величину надо изменить скорость корабля, движущегося по околоземной орбите, чтобы он навсегда покинул Землю?

Казалось бы, чего проще — из второй космической скорости вычтем первую: $11,2 - 7,9 = 3,3$ км/с. Вроде бы и все. Но...

Я предлагаю не достигать второй космической скорости, вообще почти не увеличивать скорость и ... улететь от Земли.

Насколько там у нас в задаче 41 крышка летела быстрее спутника? Давайте сделаем прибавку скорости еще меньше, хоть миллиметр в год. Все равно, полная энергия чуть-чуть возрастет, апогей будет дальше от Земли, а скорость в нем меньше, чем на круговой орбите. Так вот, в апогее еще чуточку добавим скорости так, чтобы он стал перигеем, а новый апогей был чуть дальше. Идея понятна: скорость даже будет все время в среднем уменьшаться, можно так подобрать режим, чтобы она никогда не превысила первую космическую больше, чем на этот самый миллиметр в год, а от Земли мы удалимся.

Выгоден ли этот режим — вопрос другой, на эту тему мы сейчас немного побеседуем.

Реактивный двигатель выбрасывает продукты сгорания топлива с какой-то определенной скоростью относительно корабля. С какой бы скоростью ни летел корабль, мы всегда имеем право сесть в систему координат, связанную с ним. Нетрудно понять, что в силу закона сохранения импульса корабль получит одну и ту же скорость в «своей» системе при выбрасывании определенной порции газов, независимо от того, как движется эта система. Возвращаясь в удобную нам систему отсчета, например на Землю, мы увидим одинаковые изменения скорости корабля. И вот в связи с этим фактом возникает

Задача 48. Где выгоднее ускорять корабль — в перигее или в апогее?

Надеюсь, ясно, что мы хотим улететь подальше от Земли, например на Луну, на Марс и дальше. Кроме того, как неоднократно уже оговорено, двигатель работает недолго. Мы помним, что в этом случае можно пользоваться законом сохранения импульса.

Вообще-то, надо сделать еще одну оговорку. Рассуждения, которые можно прочесть в ОРЗ, качественно верны при любой конструкции двигателя; конечно, имеется в виду реактивный двигатель. Но для того чтобы можно было получить разумный количественный результат, не прибегая к формуле Циолковского, надо ограничить изменение скорости корабля. Это изменение должно быть заметно меньше скорости газов, от которых «отталкивается» корабль. Мы считаем, что газы выбрасываются с какой-то определенной скоростью относительно корабля. Так практически всегда и бывает в действительности.

Но какова скорость корабля? В начале маневра, в конце, какую-то среднюю скорость корабля нужно взять, чтобы определить скорость газов относительно, например, Земли? Ясно, что у разных порций газа скорости разные. Если же скорость корабля меняется на величину, малую по сравнению со скоростью газов, то мучиться этим вопросом не стоит. Мы обычно будем считать, что для вычисления абсолютной скорости газов надо их относительную скорость сложить со скоростью корабля в начале маневра.

Садимся в систему отсчета, в которой корабль перед включением двигателя неподвижен, и в этой системе считаем скорость всех порций газов одинаковой — той самой, что задана в условиях задачи.

Фу, кажется, можно кончить приготовления и отправиться на Луну!

Задача 49. При какой минимальной скорости вблизи поверхности Земли можно долететь до Луны?

Призываю читателя не слишком спешить с этой, на вид несложной, задачей. Тут немало мелких подводных камней, хотя не надо думать, что я призываю, например, учитывать сопротивление воздуха.

А теперь, когда читатель разобрался с этой задачей, посмотрел, что по этому поводу думает автор (хотел сказать — «посмотрел правильное решение», — но вовремя удержался), вспомним, как люди в действительности летели на Луну. 21 июля 1969 года нога человека впервые ступила на поверхность «иной планеты». Американские астронавты Армстронг и Олдрин высадились на Луну. Но их корабль стартовал не с Земли. Он стартовал с промежуточной орбиты искусственного спутника Земли. По этому поводу

Задача 50. Спутник обращается вокруг Земли недалеко от ее поверхности. Какую дополнительную скорость надо ему сообщить, чтобы он мог попасть в сферу притяжения Луны?

Казалось бы, мы только что разобрали этот вопрос. Но не тут-то было. Не зря я так осторожно высказался о своем решении задачи 49.

Ну, теперь, наконец-то, мы на Луне? Пока мы в сфере притяжения Луны. Мы, правда, договорились в таких случаях не учитывать влияния тел, чье притяжение слабее. Так что Луна — хозяйка корабля, который находится от нее в 38,4 тыс. км с нулевой или почти нулевой скоростью относительно ... Земли! А относительно Луны? Луна движется вокруг Земли со скоростью 1,02 км/с. Постараемся подкрасться к точке пересадки так, чтобы Луна нас догоняла, и тогда наша скорость относительно Луны будет практически точно равна 1 км/с. Так попадем мы когда-нибудь на Луну?

Задача 51. Определить большую ось окололунной орбиты нашего корабля.

Если читатель разобрался в ситуации или ознакомился с авторским анализом, мне остается только извиниться за некорректную формулировку задачи и, наконец, пригласить сесть на Луну.

Задача 52. Насколько надо изменить скорость корабля, чтобы он мог достичь поверхности Луны?

Придется заглянуть в справочник — радиус Луны равен 1738 км.

Отвлечемся на минутку от Луны и слетаем, к примеру, на Марс.

Задача 53. Какую дополнительную скорость надо сообщить ракете, только что вырвавшейся из поля тяготения Земли, чтобы она могла достичь Марса?

А теперь вернемся в окрестности Луны. В действительности корабли не бросаются прямо из точки посадки на Луну. Они переходят на стационарную окололунную орбиту, а уже с этой орбиты запускаются спускаемые аппараты. Возможен, например, такой маневр: мы снизили скорость в точке посадки до 0,07 км/с, а по дороге передумали и где-то постарались перейти на круговую орбиту.

Задача 54. На каком расстоянии от Луны наша ракета будет иметь круговую скорость, т. е. для перехода на круговую орбиту достаточно ли ей будет изменить только направление скорости, не меняя ее величины?

Мы «совершили» уже немало маневров, но как-то забыли, что для этого нужно

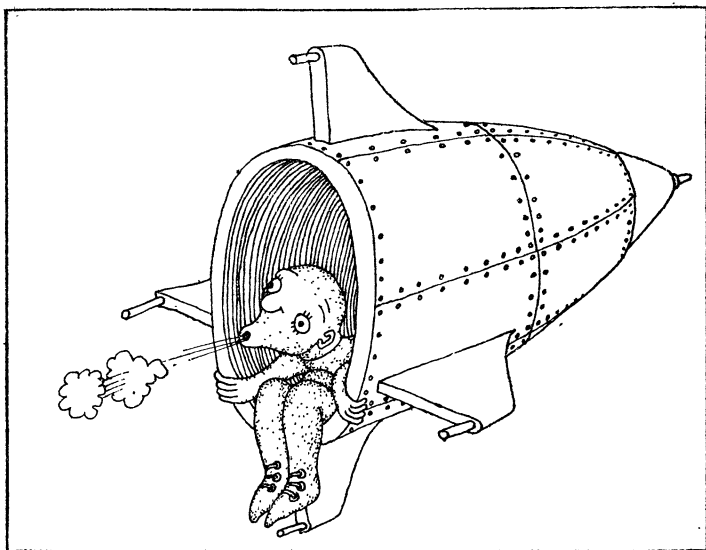
ТОПЛИВО

Запас карман не тянет.

Русская пословица

Основная характеристика ракетного топлива — скорость вытекающих газов относительно корабля. Эта величина, конечно, зависит и от конкретной конструкции двигателя, от его коэффициента полезного действия, но в первую очередь — от состава продуктов сгорания, т. е. от исходного состава смеси, от полноты сгорания и т. д. Чтобы не увязнуть в этих сугубо технических вопросах, примем раз и навсегда скорость вытекающих газов равной 4 км/с — это округленное значение для лучших «сортов» химического топлива. Если же мы «применим» двигатель с другими характеристиками, это всегда будет оговорено в условиях задачи.

Известно, что топливо составляет львиную долю стартового веса космического корабля. В значительной мере этот запас идет на преодоление земного притяжения. Мы не будем увлекаться стартами с Земли. Давайте, раз уж нам удалось попасть в район Луны, возвращаться с нее на нашу родную планету.



Вблизи поверхности Земли корабль, чтобы тут же не упасть обратно, должен иметь скорость порядка хотя бы первой космической, т. е. 7,9 км/с. У Луны эта скорость поменьше — всего 1,68 км/с. Отодвинемся немного от Луны, и все изменения скорости, которые нам понадобятся, станут малыми по сравнению со скоростью продуктов сгорания топлива. А это, как мы выяснили выше, заметно упрощает расчеты. Вот такая прозаическая вторая причина.

Для начала опишем ситуацию, в которой мы оказались. Пусть корабль обращается вокруг Луны по круговой орбите. Мы хотим попасть обратно на Землю. Смотрим в баки — сколько у нас горючего, не придется ли просить помощи. А сколько нам нужно? Вот с этим вопросом и начнем постепенно разбираться. Допустим, мы вырвались из сферы притяжения Луны. Уже хорошо: если топливо на исходе, транспортному кораблю, который спешит нам на помощь, не надо возиться с Луной ... Итак,

Задача 55. Какую долю массы корабля должно составлять топливо, чтобы он с окололунной орбиты радиуса $R=3476$ км (удвоенный радиус Луны) мог уйти от Луны на «бесконечность»?

Впрочем, к чему стремиться на бесконечность? Достаточно добраться до точки пересадки в Луны на Зем-

лю — может быть, мы еще помним, что она в 38,4 тыс. км от центра Луны. Попробуем немного сэкономить.

Задача 56. Какое количество топлива (в долях исходной массы корабля) надо израсходовать, чтобы перейти на орбиту с апоселением в точке пересадки?

Пока мы только попали в сферу притяжения Земли. Какова наша скорость? Относительно Луны небольшая — в периселении она была 1,61 км/с, мы ушли на 38,4 тыс. км, скорость упала до 0,15 км/с. А относительно Земли Луна имеет скорость 1,02 км/с, так что в лучшем случае наша скорость относительно Земли может быть равна 0,87 км/с. Те же проблемы, что и при полете на Луну.

Задача 57. Сколько еще понадобится горючего, чтобы сесть на Землю?

Слава богу, на Землю мы вернулись. Но ведь полет на Луну — не предел желаний. Космические аппараты бороздят уже всю Солнечную систему. Так, в марте 1986 года человечество гораздо ближе, чем когда-либо раньше, разглядело нашу старую знакомую — комету Галлея. К комете были направлены сразу три экспедиции: японская «Планета», «Джотто» Европейского космического агентства, названная в честь первого художника-документалиста по комете Галлея, и, наконец, самая солидная — Международная экспедиция на советских космических аппаратах «Вега-1» и «Вега-2» (они посетили ВЕнеру, а потом уже двинулись к комете ГАллея).

И если раньше комету наблюдали с расстояния в миллионы километров, то теперь эту цифру удалось довести до десятка тысяч. Немудрено, что удалось разглядеть множество деталей — увидели ледяное ядро размером всего 14×7 км, выяснили, как оно вращается, изучили многие подробности жизни кометы.

Может быть, результаты экспедиции, и без того впечатляющие, были бы еще богаче, но очень недолгим было свидание. Комета двигалась по траектории, заметно наклоненной к эклиптике, да еще и в направлении, противоположном направлению движения Земли. И хотя узлы траектории — места, где орбита пересекает плоскость эклиптики, — находились недалеко от орбиты Земли, так что «Веги» летели на встречу с кометой почти по земной орбите (это экономно), зато мимо кометы они пролетели на очень приличной скорости. А на какой именно?

Задача 58. Считая, что «Вега» летела по орбите Земли, определить ее скорость относительно кометы Галлея при встрече.

Параметры орбиты кометы, надеюсь, мы еще помним.

Так вот, возникает вопрос, не стоило ли, добравшись до кометы, подстроиться под ее движение? Тогда можно было бы подольше за ней наблюдать, поподробнее ее исследовать.

Изменение скорости, заметим, $V=68$ км/с. Давайте уж возьмем это значение и не будем уточнять его. Это не меньше, а, наоборот, гораздо больше скорости газов $u=4$ км/с. Какой надо считать скорость газов, даже в системе «корабль до маневра», неясно.

Начальные порции в этой системе имеют скорость u , ракета получила импульс $u\Delta M$ в противоположном направлении и приобретает скорость $\Delta V=u\Delta M/M$, если считать, что мы рассматриваем бесконечно малую порцию газов ΔM . Перепишем полученное соотношение $\Delta M/M=\Delta V/u$ и будем рассматривать его как зависимость переменной M от независимой переменной V . Мы видим, что изменение функции при одном и том же изменении аргумента пропорционально значению самой функции. Такая функция — экспонента. Вот мы и «вывели» формулу Циолковского: масса меняется со скоростью по экспоненте. Если обозначить начальную массу M_0 , конечную скорость V , то формула Циолковского примет обычный вид: $M_0/M=e^{V/u}$.

Проверим, сильно ли мы ошиблись в расчете «путешествия с Луны на Землю». Например, нам надо было набрать скорость 0,42 км/с, и мы насчитали расход топлива в 9,5 %. А что дает формула Циолковского? Почти 10 % — такова точность наших расчетов. Результат можно было немного уточнить, не меняя в принципе самих расчетов, если принять скорость газов в среднем равной $u=V/2$. Тогда у нас получилось бы практически столько, сколько получается по формуле Циолковского. Конечно, в случае «Веги» никакое приближение не даст приличного результата. Так что давайте с помощью формулы Циолковского посчитаем,

Задача 59. Какую долю массы «Веги» надо было отвести на топливо, чтобы при встрече «Вега» могла подстроить свое движение под движение кометы Галлея?

Комета Галлея прилетит лишь через три четверти века. А мы, не дожидаясь ее возвращения, слетаем пока

на Солнце. Конечно, людям туда лететь небезопасно, а вот автоматы, пока не сгорят, могут сообщить немало интересного о нашем светиле. Скорость, при которой корабль попадет на Солнце, некоторые называют «четвертой космической». Мне это кажется не совсем последовательным: чем больше номер скорости, тем дальше мы улетели, а теперь вроде это правило нарушается. И все же

Задача 60. Рассчитайте четвертую космическую скорость.

Как мы видим, надо иметь уйму горючего, чтобы попасть на Солнце. Рассмотрим такую ситуацию: мы уже оторвались от Земли, наша скорость относительно Солнца 29,8 км/с. Что будем делать? Тормозить? А нет других путей, более экономичных? Например, увеличим скорость... Зачем? А ведь мы только что поняли, что садиться лучше из апоцентра. Вот и давайте полетим, скажем, к Юпитеру.

Задача 61. Какой запас топлива нужен, чтобы с орбиты Земли перейти на эллипс, касающийся орбиты Юпитера?

Теперь мы подлетаем к Юпитеру.

Задача 62. С какой скоростью сблизятся наш корабль и Юпитер?

Относительно Юпитера наша скорость — 5,65 км/с — направлена противоположно скорости Юпитера относительно Солнца. Если мы подгадаем так, что наш корабль войдет в сферу притяжения Юпитера, но не врежется в поверхность планеты, то после облета планеты его относительная скорость, конечно, должна быть той же самой, но ее направление может заметно измениться. Нельзя ли это использовать? Вряд ли. Ведь при начальной конфигурации скоростей мы имеем минимально возможную скорость относительно Солнца. Поэтому мы лучше подлетим к орбите Юпитера там, где планеты нет, и просто ликвидируем оставшиеся 7,42 км/с прямым торможением. Останется 25,6 % той массы, с которой мы подлетели к орбите Юпитера, а от массы на орбите Земли — 2,77 %. Выигрыш чуть не в 50 раз!

Поскольку включать двигатель все же придется, Юпитер может оказаться полезным. Войдя в его сферу тяготения, мы можем — временно — увеличить скорость корабля. А как мы видели, при большой скорости изменения энергии обходятся дешевле. Расчеты показы-

вают, что может хватить дополнительного импульса всего в 100—200 м/с, чтобы потом оказаться в ближайших окрестностях Солнца. Но тут нужна несколько иная, чем у нас, геометрия сближения с Юпитером.

В общем, автор ощущает себя в положении лучшего друга человека, который, как известно, все знает, все понимает, а сказать не может. Мне не удалось найти (найти — придумать, или найти, у кого бы списать) способ достаточно просто объяснить механизм так называемого активно-гравитационного маневра, и придется ограничиться маневрами пертурбационными. Этим мы займемся в двух следующих задачах.

Мы не использовали Юпитер, нам достаточно было удалиться от Солнца, а Юпитер служил лишь ориентиром. А вот если бы мы хотели улететь из Солнечной системы, Юпитер позволил бы нам сделать это «бесплатно».

Задача 63. При каком запасе топлива корабль (задача 61) может покинуть Солнечную систему?

А теперь давайте вспомним семейство комет, к которому относится комета Григга — Скеллерупа, гуляющая в радиусе от 0,77 до 5 а. е. Интересно, Юпитер организовал ей такую орбиту или под влиянием других планет эта комета заметно изменила путь, предписанный ей после свидания с Юпитером?

Задача 64. Комета издалека падает прямо на Солнце. Юпитер поворачивает ее скорость так, что вблизи его орбиты оказывается афелий орбиты кометы. Определить расстояние до Солнца в перигелии.

Трудно с определенностью сказать, сильно или слабо изменилась орбита. Видимо, здесь подходит обтекаемое слово «умеренно».

Зато со всей определенностью можно сказать, что примерно таким путем возникло кометное семейство Юпитера. А теперь мы переходим в область, где предположения будут не столь обоснованными, а порой и просто зыбкими, потому что нас ждут

ГИПОТЕЗЫ

Гипотез не измышляю.

И. Ньютон

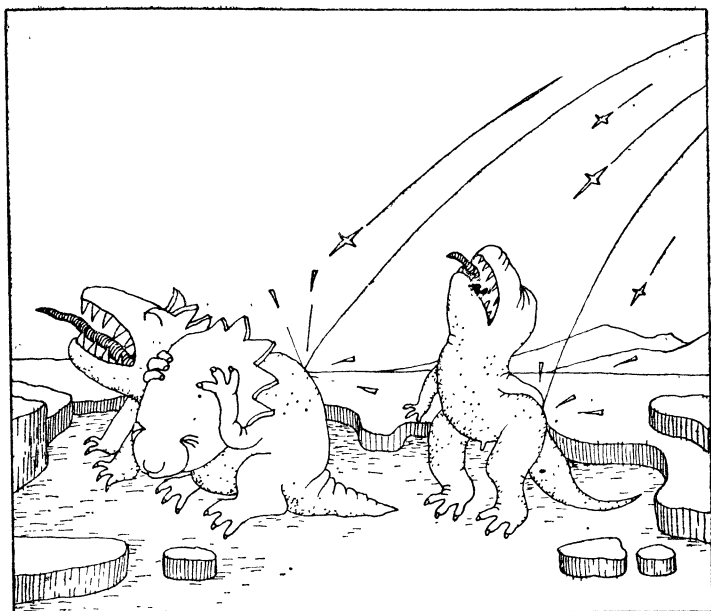
Ньютон, как всегда, категоричен. Но как его слова совместить с не менее компетентным мнением Энгельса, который говорил, что наука, в частности физика, «купаются» в гипотезах?

Да оба правы. Любая физическая идея, говорят, проходит три стадии — «этого не может быть», «я сам всегда так думал», «кто же еще верит в эту чепуху». Ньютон просто «прятал» первую стадию — помните двадцатилетнюю выдержку «Начал» — и выступал сразу на второй, когда гипотеза становится теорией. Но, во-первых, не все — Ньютоны, а во-вторых, в науке все чаще возникает ситуация, когда оправдываются слова Бора: «Эта теория недостаточно безумна, чтобы быть правильной».

Встречаются и промежуточные случаи. К таким не то гипотезам, не то теориям относится идея голландского астронома Я. Оорта. По его представлениям, на окраине Солнечной системы расположен практически неисчерпаемый «банк комет» — что-нибудь 100 миллиардов кометных ядер.

На эту мысль его навела близость предельных скоростей комет в перигелии к параболической. Ведь если они прилетели из других областей Галактики, никто не мешает им иметь при подходе к Солнечной системе скорость порядка относительных скоростей звезд — десятки и сотни километров в секунду. Тогда в перигелии скорость кометы заметно превысила бы параболическую. Но таких комет нет! Если и получается скорость больше параболической, то совсем чуть-чуть, так что и не поймешь — ошибка измерений, возмущения планет или правда «чужая» комета. А теперь представим себе, что в десятках и сотнях тысяч астрономических единиц от Солнца «мчатся» по примерно круговым орбитам миллиарды комет (их скорости — десятки метров в секунду). Некоторые из них время от времени, чуть сбитые с пути соседями, могут попасть в ближние окрестности Солнца. Часть из них застрянет там, попав, например, в семейство Юпитера. Другие, наоборот, покинут Солнечную систему навсегда, добрав до параболической скорости с помощью того трюка, который мы использовали в задаче 62. На смену придут новые кометы из облака Оорта, запаса хватит надолго.

И вот недавно возникла достаточно безумная идея — связать облако Оорта с... вымиранием динозавров! Ход рассуждений примерно таков. Проанализировали скорость вымирания отдельных видов и родов животных за длительное время. И выяснилось, что в этой зависимости вроде бы намечается периодичность. Из каждых 26 миллионов лет сначала 6 миллионов лет жи-



вотные мрут как мухи, а потом 20 миллионов лет спокойной жизни. Предположим, сказали почти одновременно две группы ученых, что у Солнца есть невидимый спутник — слабая звездочка, назовем ее в честь богини возмездия из древней мифологии Немезидой. Так вот, эта самая Немезида 6 миллионов лет разбояничает в облаке Оорта, сбивает с толку кометы, на Земле — кометный дождь, динозавры срочно вымирают. Потом 20 миллионов лет вдалеке от Солнца отдыхает от трудов.

Конечно, не надо думать, что кометы сыплются на Землю дождем и разят наповал бедных динозавров. Просто раз в тысячу лет на Землю падает приличная комета, поднимает тучу пыли. Меняется погода, меняется климат. Да к тому же кометы травят животных: именно в осадках периода «кометного душа» найден заметный избыток иридия, металла небезвредного при регулярном употреблении в пищу. Впрочем, избыток не так уж велик, и он в первую очередь — доказательство самого факта «душа», а не вредности «кометного орошения». Дело в том, что в кометах иридия заметно больше, чем на Земле.

Задача 65. Период обращения Немезиды вокруг Солнца — 26 млн лет. Ближнюю к Солнцу половину орбиты она проходит за 6,2 млн лет. Каковы минимальное и максимальное ее удаления от Солнца?

Не случайно возникла цифра 6,2 млн лет. Именно таково более точное значение длительности периодов «возмездия», периодов интенсивного вымирания животных. На первый взгляд, кажется очевидным, что именно такое время Немезида должна находиться в облаке Оорта. К сожалению, не все так просто.

Первыми придут в движение, начнут падать к Солнцу кометы с внешнего края пояса. Но будут ли они первыми в окрестностях Солнца?

Немезида быстро движется внутрь облака. Кометам, сбитым с толку позже, лететь недалеко. Глядишь, они раньше прилетят к нам.

Задача 66. Предположим, ровно половина вычисленной в предыдущей задаче орбиты Немезиды лежит внутри пояса Оорта. Определить продолжительность «кометного душа».

Оказывается, внешний край облака должен находиться ближе $8,78 \cdot 10^4$ а. е. от Солнца, а Оорт считал, что его облако простирается до $2 \cdot 10^5$ а. е., т. е. дальше афелия Немезиды. Правда, дальнейшие исследования привели к мысли, что плотное облако простирается только до расстояния примерно $2 \cdot 10^4$ а. е., а дальше — разреженная часть, так называемое гало. Если «душ открывается» только при входе Немезиды в плотную часть пояса — ее называют «банк», «сейф», — то концы с концами более или менее сходятся.

Есть Немезида, нет ее — пока еще бабушка надвое сказала. Но вот планеты наверняка есть — на одной из них мы живем. А откуда они взялись? То ли пролетевшая мимо звезда вырвала их из Солнца, то ли при рождении самого Солнца остался строительный мусор. Есть и третья теория (или гипотеза).

Кроме скорости, с которой Солнце вместе со своими соседями движется вокруг центра Галактики, у него есть еще так называемая пекулярная скорость. Впрочем, она есть и у других звезд. Это та скорость, с которой Солнце движется относительно своих ближайших соседей. Обусловлена она случайными причинами; нам же интересно, что именно она позволяет Солнцу побродить по ближним районам Галактики. А в Галактике, между прочим, встречаются облака пыли. И вот по третьей теории Солнце

захватило такое облако, и после сгущения из него образовались планеты. Облака эти довольно рыхлые, плотность в лучшем случае — примерно 10^{-18} кг/м³, в триллионы раз меньше, чем плотность воздуха в лучшей на Земле вакуумной установке. Зато размеры внушительные — темная пылевая туманность, носящая выразительное название «Угольный мешок», простирается на три десятка световых лет.

Какое количество пыли может почерпнуть Солнце, проходя такую туманность?

На этот вопрос ответить нам трудно. Пылинки, сдвинутые Солнцем с насиженных мест, начнут сталкиваться друг с другом, их движение запутается, оно уже будет подчиняться неким статистическим закономерностям. И хотя, как уверяют Ильф и Петров, «статистика знает все», мы не будем заниматься этим вопросом, а обсудим проблему по-другому.

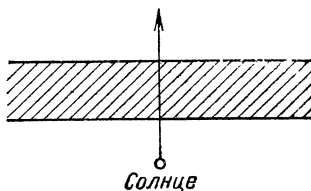


Рис. 12

Задача 67. Предположим, Солнце «пронзает»

блинообразную пылевую туманность (рис. 12), толщина которой $H=1$ св. год $= 6,32 \cdot 10^4$ а. е. Плотность туманности $\rho=10^{-18}$ кг/м³. Пренебрегая взаимодействием пылинок, определить, насколько возрастет масса Солнца? Пекулярная скорость Солнца $v_{\text{пек}}=20$ км/с. Напомним, радиус Солнца $r_{\odot}=4,65 \cdot 10^{-3}$ а. е.

Возможно, и само Солнце, и другие звезды образовались из газопылевых туманностей. Изредка встречаются сравнительно небольшие образования, облачка с «очень высокой» плотностью — до 10^{-16} кг/м³. Под действием взаимного притяжения такие, как их называют астрономы, глобулы могут сконцентрироваться в звезду. Размер глобул нам сейчас не нужен, но надо сказать, что они гораздо больше звезд, которые из них образуются. Так вот,

Задача 68. Оцените время образования звезды из глобулы.

Несколько выше мы познакомились с понятием пекулярной скорости и узнали, что для Солнца она равна 20 км/с. Это, в общем, типичное для звезд значение. Но изредка встречаются звезды с аномально большими пекулярными скоростями — 200, 300, даже 500 км/с.

Одним из примеров может служить так называемая летящая звезда Барнарда. Это одна из ближайших соседок Солнца. До нее около 6 св. лет. (Ближе только система α Центавра.) А «летит» эта звезда со скоростью 400 км/с. При такой большой скорости и сравнительной близости она перемещается на небе за год на 10 угловых секунд. Меньше 200 лет ей надо, чтобы сместиться на видимый диаметр Луны. Действительно — «летящая»!

Есть предположение, что такие скорости получаются в результате взрыва одной из компонент двойной звезды. Если одна из звезд пары взрывается, «осколки» разлетаются с громадными скоростями. За считанные часы они улетают из области, где находится пара. Движение второй звезды и остатка взорвавшейся за столь короткое время практически не меняется, а гравитационная связь между ними резко ослабевает. Пара распадается. Если она была достаточно тесной, звезды разлетаются с громадными скоростями — так называемый эффект пращи.

Предположим, звезда Барнарда получила свою скорость в результате такого взрыва ее партнера по паре. Давайте попробуем

Задача 69. Определить расстояние между звездой Барнарда и ее напарницей до взрыва. Начальная масса взорвавшейся звезды $M_1 = 10 M_\odot$, после взрыва масса остатка гораздо меньше массы звезды Барнарда $M_B = M_\odot$.

Собственно говоря, нам просто надо определить, при каком расстоянии между звездами с известными массами меньшая из них имеет заданную скорость. Действительно, после взрыва остаток практически не влияет на движение звезды Барнарда.

В действительности, однако, после взрыва обычно остается звезда с массой порядка массы Солнца. Поэтому более реалистичной выглядит

Задача 70. Какими будут пекулярные скорости звезд, если в результате взрыва в паре из задачи 69 остаток имеет массу M_{\odot} ?

Мы заранее предполагали, что пара распадется. Наше предположение оправдалось. Но интересно разобратся,

Задача 71. При какой минимальной потере массы та же пара распадется?

Мы познакомились с некоторыми гипотезами, предложенными учеными. Но ученые все-таки вынуждены соблюдать какие-то нормы приличия. Пожалуй, достаточно «безумной» можно назвать только «теорию Немезиды». Гораздо свободнее себя чувствуют

ФАНТАСТЫ

Он стал поэтом. Для математика у него не хватало воображения.

К. Гаусс

Писатель-фантаст меньше связан в своих вымыслах, чем ученый. Если и поругают, всегда можно сказать, что это дело вкуса, а читателям нравится, хочу и буду. Не потому ли многие ученые ударились в фантастику? Иван Ефремов, Айзек Азимов, братья Стругацкие, Кир Булычев...

Вот и Артур Кларк туда же. В рассказе «Солнечный ветер» он описывает гонки солнечных яхт — межпланетных кораблей, использующих световое давление. Реальны ли такие гонки? Дело за материалом для паруса: у Кларка «есть» материал, из которого можно сшить парус размером в квадратную милю и массой всего в тонну. А давление света? Возьмем значения тоже у Кларка — в этом ему можно верить — пять фунтов на эту самую квадратную милю. (Фунт — 453 г, миля — 1609 м.) Переведем в «нормальные» единицы — округленно 10^{-5} Па. Парус у героя Кларка — Джона Мертон — был не то в две квадратные мили, не то в пятьдесят миллионов квадратных футов — встречаются обе цифры, а они не очень точно согласуются. Поэтому округлим до 5 км^2 .

Гонки по трассе Земля — Луна кончаются драматически. Вспышка на Солнце, угроза жизни яхтсменов, все рубят фалы, и их подбирает судебское судно — обычный реактивный корабль, имеющий надежную защиту.

Но Мертон, раз уж не удалось прославиться самому, решает прославить свой корабль «Диану». Он выставляет парус по ветру, заклинивает рули и покидает корабль. Потеряны не только паруса, потерян корабль, но Мертона утешает то, что это будет первый парусник, отправившийся в межзвездное путешествие.

А реальны ли расчеты Мертона? Действительно ли такой корабль может улететь из Солнечной системы?

З а д а ч а 72. При какой массе корабля вместе с такелажем (не забудем, что 2 тонны «съел» парус) «Диана» может уйти в межзвездный рейс? В момент высадки Мертона она уже находилась далеко от Земли, но расстояние до Солнца и скорость такие же, как у Земли.

Ну, а если масса побольше? Там у Мертона полно автоматике, механическая приводная система для управления парусом. Он же ничего не успел снять с корабля, только сам высадился.

З а д а ч а 73. Как далеко улетит «Диана» при полной массе 33,33 тонны?

А как же все-таки обстоят дела у «реального» Мертона? Неужели неизвестна масса его корабля, неизвестно, правильны ли его расчеты? Ну, нет, это было бы не по-кларковски. Масса действительно не названа, а проверить Мертона все же можно. Мельком сказано, что свет разгоняет яхту с ускорением в одну тысячную «жз», т. е. $9,8 \cdot 10^{-3}$ м/с². Значит, масса корабля чуть больше 5 тонн, и Мертон (а точнее — Кларк), конечно же, прав.

Еще один двигатель, который, видимо, не скоро будет построен, зато лихо работает в фантастике — фотонная ракета, которая движется, как популярно объяснил Высоцкий, «по световому лучу — без помощи, но при посредстве». Продукты сгорания топлива у такой ракеты — свет, фотоны. Конечно, горючее тоже в заметных количествах имеется пока только у фантастов — это антивещество. Нам такое горючее приятно тем, что у него гигантская удельная тяга, поскольку скорость истечения продуктов сгорания равна скорости света. Поэтому топлива надо совсем чуть-чуть, и при всех маневрах можно считать массу ракеты неизменной.

И вот такая ракета потеряла скорость неподалеку от массивной звезды. С антивеществом обращаться надо крайне осторожно, поэтому оно хранится отдель-

ными маленькими порциями, каждая порция в своем контейнере (из чего он сделан, об этом история умалчивает). Но расходовать каждую порцию антивещества приходится сразу целиком. У космонавтов остались две такие капсулы с горючим. Быстро-быстро работает электронный мозг и рекомендует скорее сжечь обе порции — этого в обрез хватает, чтобы перейти на круговую орбиту. А командор, вместо того чтобы скорее приводить в исполнение совет сверхкомпьютера, заставляет его считать что-то еще. Звездолет вот-вот неудержимо начнет падать на звезду. Команда нервничает, может вспыхнуть бунт. И командор включает двигатель. Готовых разорвать его на части членов экипажа перегрузка вдавливает в кресла. Но... командор сжег только одну капсулу. Пока члены экипажа приходят в себя от полученной встряски, командор объясняет свой план. Оказывается, одной порции как раз достаточно, чтобы попасть на орбиту, практически касающуюся поверхности звезды. И командор решил рискнуть — он в Институте Космических Пилотов разбирался с задачей 48 из нашей книги, любил порыться в старье, и понял: если не сгорим, то вернемся на Землю, уж очень ему не хотелось коротать остаток дней на чужбине. Возле самой звезды командор сжег вторую порцию, и слегка обогрешивший корабль двинулся к Земле.

Короче: двух порций хватает, чтобы выйти на круговую орбиту, одной — чтобы пролететь по касательной к звезде. И все на пределе. Интересно,

Задача 74. Во сколько раз расстояние от корабля до центра звезды в момент назревания бунта превышало радиус звезды?

Задачу-то мы решили, но два обстоятельства вызывают сомнение в достоверности этой истории. Во-первых, надо ли было лететь по касательной, рискуя сгореть, и стартовать к Земле у самой поверхности звезды? Ведь в этом случае скорость получается больше параболической. А значит, вторую порцию можно было израсходовать немного раньше и все же улететь от звезды. Нельзя ли подсчитать,

Задача 75. На каком максимальном расстоянии от звезды можно было второй раз включать двигатель?

Во-вторых, вызывает сомнение, что пришлось задействовать компьютер, да еще сверхмощный. Да такую задачку опытный звездолетчик решит в уме быст-

рее, чем успеет рассказать ее машине! Так что большего доверия заслуживают слухи о том, что подобная история случилась с кораблем более поздней конструкции: в его двигателе топливо можно делить как угодно. Просто двигатель уже подызносился, и приходилось рассчитывать на те же два кратковременных пуска. И выяснилось, что в этом случае условия были уже совсем жесткими: только при оптимальном делении топлива на две порции и использовании второй порции в периастре удавалось на пределе ускользнуть, как любят писать фантасты, из «знойных объятий» чужой звезды.

Задача 76. На каком расстоянии от звезды был второй корабль и как командор распределил запасы топлива?

Любой ответ тянет за собой новый вопрос. А что же дальше? Покинули звезду — но с нулевой скоростью? Нашли их там или они висят в пространстве? Да нет, у них был еще двигатель малой тяги, который у звезды — не помощник, а там, где нет заметных гравитационных полей, потихоньку может разогнать корабль чуть не до скорости света. Благо топливо — забортный газ. Ответил и пожалел: тут же возникает новый вопрос — а не проще было выйти на круговую орбиту, а потом не спеша на этом двигателе уползти от звезды. Такой вариант мы обсуждали на с. 51.

Этот вариант командор тоже просчитал, и ничего хорошего не получилось: слишком близко звезда, слишком мала тяга двигателя, пока корабль будет уходить от звезды, космонавты, извините за натуралистическую деталь, поджарятся. Будь они подальше, можно было бы не спешить, тогда ДМТ помог бы.

Но, очевидно, не все корабли даже в III тысячелетии имеют такой двигатель. Корабль висел на србите со сломанным двигателем. Из источников энергии в порядке были только солнечные батареи, они могли приводить в действие небольшие моторчики. Так там космонавты выдвигали и подтягивали обратно к кораблю эти самые батареи, пока не улетели от планеты насовсем: чего другого, а солнечного света рядом с Меркурием сколько душе угодно. Мы не будем подробно следить за их эпопеей, обсудим только принцип работы гравилета, о котором уже упоминалось на с. 43.

Задача 77. По орбите радиуса R движется спутник, состоящий из двух одинаковых, связанных между собой отсеков (рис. 13). В некоторый момент, когда прямая, соединяющая отсеки, лежит на радиусе орбиты, отсеки сближаются. Оценить изменение потенциальной энергии спутника.

В первом приближении можно считать, что центр масс спутника не смещается.

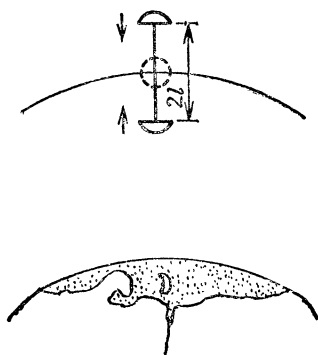


Рис. 13

* * *

Каких только двигателей не встретишь в фантастических романах! Тут и антигравитация, и переходы в гиперпространство и много еще всякого. В общем, фантастика — современные сказки. Пишут эти сказки и профессиональные литераторы, и те, у кого нет профессиональных навыков. А если сказки сочиняют дилетанты, то это называется легенды или

МИФЫ

Говорил, ломая руки,
Краснобай и баламут
Про бессилие науки
Перед тайною Бермуд.
В. Высоцкий

«Бермудский треугольник» — пожалуй, самая знаменитая легенда нашего времени. Не будем спорить, исчезают бесследно там корабли и самолеты или нет. В этом вопросе наука пока действительно бессильна. А вот американские астронавты произвели локацию океана со «Скайлэба». Оказалось, что в районе Бермуд уровень океана на 25 метров ниже нормы.

По этому поводу науке есть что сказать.

Задача 78. Предположим, что под дном океана в районе Бермудского треугольника в земной коре имеется полость, заполненная водой. Определите радиус полости, считая, что она имеет форму шара и лежит непосредственно под дном океана (рис. 14).

Глубина океана в этом районе — 6 км. Плотность окружающих полость пород $\rho = 3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Вода, как довольно широко известно, — жидкость. Поверхность воды всегда принимает такую форму, чтобы

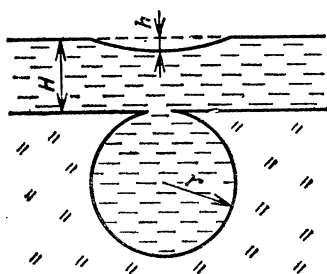


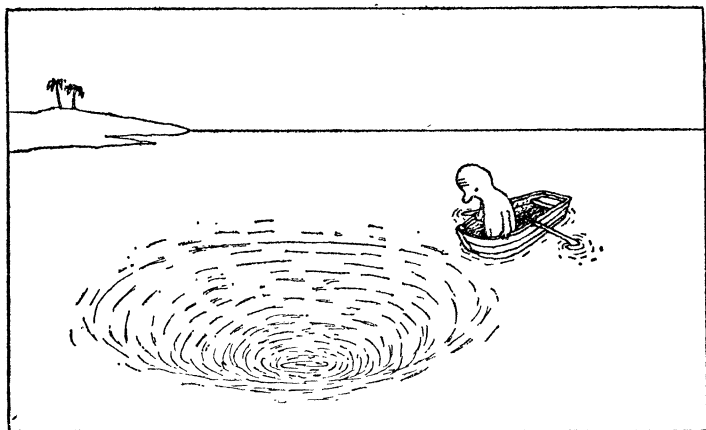
Рис. 14

внешние силы были ей (поверхности) перпендикулярны. Вспомним электростатику: поверхность, перпендикулярно которой направлены силовые линии, является поверхностью равного потенциала — эквипотенциальной поверхностью. Так же и поверхность воды — эквипотенциальная поверхность в поле сил тяжести. Пока

распределение масс в Земле можно считать сферически симметричным, поверхность океана — сфера. Но вот у нас появилась неоднородность — водяной шар среди гранитов и базальтов.

К этому мифу XX века по «физическому смыслу» близок один старинный.

Мы уже познакомились с историей двукратного открытия Сириуса В: сначала его вычислил Бессель, а затем увидели Кларки. А недавно появились сведения, что какое-то довольно дикое африканское племя давно знает о существовании «маленького Сириуса». Якобы там, в делях африканских джунглей, есть пещера, в ней озеро. Вода в этом озере так отражает свет, что на



стене пещеры можно увидеть увеличенное изображение неба — прямо-таки естественный зеркальный телескоп.

Ни европейцам, ни африканцам это зеркало видеть не доводилось. Возможно ли такое? Не может ли здесь сработать «эффект Бермудской полости»? Сразу скажу: нет.

Действительно, нетрудно прикинуть, что в двух десятках километров от центра Бермудской впадины понижение уровня океана уже меньше 10 метров. А отклонение от плоскости из-за того, что «Земля закругляется», больше 60 метров. Примерная картина профиля океана вблизи Бермуд изображена на рис. 15, конечно, с громадным искажением масштаба. Так что океан — выпуклый, «впадина» — выпуклость, только чуть менее кривая, чем вдали от полости.



Рис. 15

Но, может быть, породы в Африке плотнее, может быть, полость не заполнена водой, а пустая, да еще глубина озера поменьше, чем у океана? Может быть, полость подходит вплотную к поверхности Земли, размеры полости еще больше, чем в Бермудах, — все вместе, глядишь, и сработает? Но давайте подумаем, что будет, если полость увеличивать и увеличивать. В конце концов от Земли ничего не останется, и поверхность океана станет... плоской (на чем, правда, ему держаться?). Так что вряд ли...

Но, может быть, другой механизм? Устроил же Роберт Вуд в своем коровнике «жидкое зеркало», приведя во вращение тазик с ртутью. Может быть, вода всасывается в полость, приходит во вращение, и зеркало все же получается? Тоже маловероятно. У Вуда ничего толкового не получилось — очень трудно добиться достаточно равномерного вращения, рябь появлялась даже на такой вязкой жидкости, как ртуть, что же говорить о воде *). Нет, нет, не верится. Все же это миф.

Отвлечемся немного от мифов. Вполне реальные приливы на Земле чуточку похожи на Бермудскую

*) Сейчас, с использованием новейшей техники, идея обретает черты реальности. Канадец Э. Борра уже построил «жидкий» телескоп (на ртути) с диаметром зеркала 1 м, собирает средства на 2,5-метровый и пытается организовать создание 30-метрового. Причем этот последний он хочет сделать на воде.

впадину. Принцип тот же: поле двух тел, на этот раз реальных — Земли и Луны.

Правда, ситуация гораздо сложнее — Земля и Луна обращаются вокруг общего центра масс, Земля вращается вокруг своей оси... Из-за этого, в частности, приливы имеют «неправильное» положение. «Закрепим»

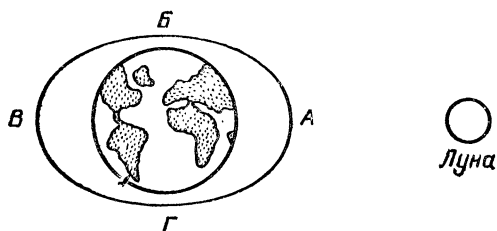


Рис. 16

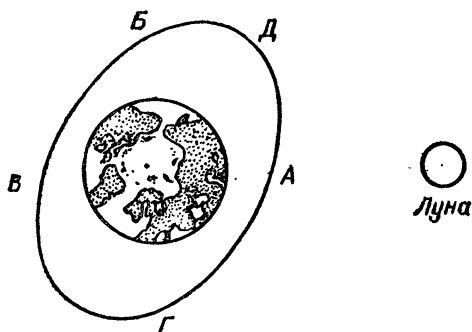


Рис. 17

на месте Землю и Луну (рис. 16). Вода в точке *А* притягивается Луной сильнее, чем Земля в целом (центр Земли или, например, вода в точках *Б* и *Г*), а в точке *В* — слабее. Понятна форма океана. Теперь «закрутим» Землю. В точке *А* вода поднимается. Пока она поднимется до предела, эта точка из-за вращения Земли придет куда-нибудь в *Д*. Форма океана получается примерно, как на рис. 17. Земля «затягивает» приливную волну.

Отсюда — два следствия. Во-первых, у берегов приливный подъем уровня воды гораздо больше, чем в открытом океане: разогнавшаяся масса воды влетает куда-нибудь в фиорд, и вместо полуметрового подъема идет десятиметровая волна. Во-вторых, между водой

и твердо возникает трение, вращение Земли замедляется. Через несколько миллиардов лет Земля будет «смотреть» на Луну все время одной стороной, как уже сейчас Луна «смотрит» на Землю. На половине земного шара люди будут видеть Луну только по телевизору. Бедные влюбленные 20-миллионного века!

Но что будет с Луной? А ведь что-то с ней должно произойти.

Предположим, на эти пару миллиардов лет систему Земля — Луна можно считать замкнутой. В ней должен сохраняться момент импульса. Земля замедлит свое вращение, ее момент импульса уменьшится. Куда девать избыток? Вариантов нет — надо его отдать Луне. И что же, Луна разгонится, а месяц уменьшится? Речь идет, конечно, не о размерах Луны, а о периоде ее обращения вокруг Земли.

Задача 79. Момент количества движения Земли в 5 раз меньше момента Луны. Определить, какими будут продолжительность месяца и расстояние от Земли до Луны, когда они установятся «лицом к лицу».

Собственным моментом количества движения Земли в конечном состоянии, а Луны — в обоих случаях можно пренебречь.

Конечно, момент импульса — величина векторная. В нашей задаче правильно считать, что моменты импульса Земли и Луны направлены одинаково: направление движения Луны по орбите примерно соответствует направлению движения ближайших к ней точек земной поверхности.

Приливные силы изменяют движение спутников и у других планет. Спутники Марса — Фобос и Деймос — тормозятся особенно резко. Возник даже миф об их искусственном происхождении. Советский астрофизик И. С. Шкловский подсчитал, что для объяснения изменений в движении Фобоса и Деймоса под действием разреженной марсианской атмосферы необходимо приписать им плотность, заметно меньшую, чем плотность, например, воды. Вывод единственный — спутники полые, а значит, искусственные.

К сожалению, оказалось, что часть ускорения спутников — просто результат неточности измерений. Остальное приходится на влияние приливных явлений. Окончательно в естественном происхождении Фобоса и Деймоса убедили снимки, полученные с близкого расстояния искусственными спутниками Марса, запу-

щенными, однако, не марсианами, а жителями Земли. Естественные спутники Марса — просто каменные глыбы довольно неправильной формы. Особенности их строения и упругих свойств материала, из которого они изготовлены природой, приводят, по-видимому, к образованию приливных волн специфической конфигурации, которые не ускоряют, а тормозят их.

Читатель наверняка заметил, что Фобос и Деймос то тормозятся, то ускоряются. Не запутался ли автор? С одной стороны, торможение — тоже ускорение, только отрицательное. Но я специально перемежал эти противоположные по обыденному смыслу слова, чтобы привлечь внимание читателя к так называемому парадоксу спутников.

Что же все-таки делает тормозящая сила? С приливными волнами не так просто разобраться. А вот земная атмосфера уж наверняка сопротивляется движению спутников. Давайте и разберемся с искусственным спутником Земли.

Задача 80. На спутник массой 10 т, обращающийся по круговой орбите в 200 км от земной поверхности, действует тормозящая сила 0,5 Н. На какой высоте спутник окажется через сутки полета?

Мы отвлеклись от приливов. А с ними связан еще один миф — древнегреческий миф о сыне Солнца Фэптоне, пораженном Зевсом. Этот миф довольно неожиданно в наше время получил поддержку астрономов.

Итак, юноша Фэптон упросил своего отца Гелиоса (бога Солнца) дать ему прокатиться на колеснице, везущей небесный огонь. По молодости лет он едет слишком лихо. Колесница вот-вот так близко подъедет к Земле, что небесный жар спалит на ней все живое. Зевс (в римской мифологии — Юпитер, обратите внимание!) в суматохе хватает свои молнии и поражает удальца. Присмирившие кони спокойно бредут по привычному пути.

Но причем тут астрономия? Слишком далеко от Марса до Юпитера. Как-то более складно все бы выглядело, если бы между ними была еще одна планета. Есть даже довольно простой алгебраический закон, которому подчиняется ряд радиусов орбит планет — от Меркурия до Нептуна. Этот закон Тициуса — Боде, в пору формулировки которого Нептун даже не был известен. Согласно закону Тициуса — Боде между Марсом и Юпитером должна быть еще планета. И эта пла-

нета была найдена. Но не одна. Оказалось, что между Марсом и Юпитером есть целый рой маленьких планеток — астероидов. Вот тут-то и вспомнили о бедняге Фаэтоне. Фаэтон, а не Юпитер,— пятая планета Солнечной системы. Но он слишком близко подошел к гиганту Юпитеру, и тот его покарал: разорвал на куски — астероиды.

Попробуем представить, каким был Фаэтон. Суммарная масса астероидов примерно в миллион раз меньше массы Юпитера. Если из них слепить планету, ее диаметр будет около 1000 км. Такая планета на расстоянии в 2,5 а. е. от Солнца получает света в 150 раз меньше, чем Марс, и следовательно, примерно во столько же раз меньше излучает (вернее, рассеивает). Да и от Земли она подальше, чем Марс; до Марса в противостоянии 0,5 а. е., а до Фаэтона 1,5 а. е. Значит, от Фаэтона на Землю попадает в 1350 раз меньше света, чем от Марса. А это означает возрастание звездной величины на 8 единиц. Поскольку Марс имеет в противостоянии величину, равную -2^m , то для Фаэтона получается в лучшем случае 6-я звездная величина — на пределе видимости. Вряд ли столь блеклым был прототип у героя такой яркой легенды. Вероятно, планета понастоящему еще не сформировалась. Это пока еще только рой каменных глыб. Но с Земли он виден как единое целое.

Вот если бы такой рой имел радиус 10 тыс. км, то он казался бы сплошным и светил бы ярче Полярной звезды — его звездная величина была бы около $1,5^m$. Предположим, таким и был Фаэтон. Тогда

Задача 81. На каком расстоянии от Юпитера должен был оказаться Фаэтон, чтобы он начал разваливаться на астероиды?

Напомним, что рой в 10^6 раз меньше Юпитера по массе, а радиус роя 10^4 км.

* * *

С помощью Кеплера и Ньютона мы с вами хорошо погуляли по Вселенной. Смотрели на планеты, планетки, спутники естественные и искусственные, кометы, звезды и даже галактики. И всюду царит закон всемирного тяготения. Все ему подчиняются. Все-все? Нет, все же не все. Занозой торчал в теле великого закона Меркурий. Его орбита потихоньку

поворачивается. Обычно говорят так: наблюдается смещение перигелия Меркурия. Смещение это составляет 574" в столетие. Причиной смещения могут быть планеты, которые возмущают движение Меркурия и отклоняют его орбиту от правильного кеплерова эллипса. Но влиянием планет можно объяснить. . . 531". А 43" никак не удавалось никуда «пристроить». Считали и пересчитывали, пытались «деформировать» Солнце или «сместить его центр масс», открывали и «закрывали» новую планету между Солнцем и Меркурием. Даже имя ей дали — Вулкан. И в закон Тициуса — Бодэ этот Вулкан вроде бы вписывался. Кстати, выглядит этот закон так: $R_n = 0,6 + 0,3 \cdot 2^n$, где R — радиус орбиты планеты, n — порядковый номер планеты, причем первый номер, т. е. $n=1$, конечно, достался Земле. Венера получила нулевой, а Меркурий — минус первый номер. Вулкану приходился в пору минус второй номер. Но Вулкана на этом месте все же не нашли. А может быть, там не одна планета, а целый астероидный пояс, аналогично случаю с гипотетической планетой Фаэтон? И тут концы с концами не сошлись. Все эти идеи были все-таки недостаточно безумными. Нужен был кардинально новый подход, или, если употребить другой штамп, нужен был свежий взгляд. Помощь пришла неожиданно. В электродинамике тоже не сходились концы с концами, тоже нужна была решительно безумная идея. И пришел

НИСПРОВЕРГАТЕЛЬ

Был этот мир глубокой тьмой окутан.
Да будет свет! И вот явился Ньютон
Но сатана недолго ждал реванша.
Пришел Эйнштейн --
и стало все, как раньше *)

Итак, на улице 1910 или 1911 год. Может быть, даже 1914-й, но никак не 1915-й. Потому что специальная теория относительности создана и получила признание, а общей теории относительности еще нет.

А перигелий Меркурия продолжает смещаться, и астрономы вместе с подключившимися к ним физиками ничего не могут поделать.

*) Перевод С. Я. Маршака несет на себе ясный отпечаток нашего времени. Не потому ли он так ловко сочетается с «довеском» к А. Попу, написанным А. Эддингтоном в XX веке?

Не поможет ли СТО *)? Качественно эффект можно понять, можно понять конкретно такую вещь. Бесконечно малая по массе и по размерам планета обращается вокруг сферически симметричной звезды. Будет ли смещаться перигелий или нет? Планета в этой звездной системе одна, никаких возмущений нет. Начнем с ответа: да, будет, если принять во внимание СТО.

Согласно теории относительности масса тела зависит от скорости. Здесь, пожалуй, необходимо пояснение. Строго говоря, имеет смысл только понятие массы покоя, которое единственно и употребляется при последовательном изложении релятивистской динамики, динамики теории относительности. Вот импульс уже иначе связан с массой (массой покоя) и скоростью, чем в ньютоновской динамике. Внешне эта зависимость выглядит как зависимость массы от скорости. Поэтому такая терминология и укоренилась. Между тем представление о зависимости массы от скорости может привести к серьезным ошибкам. Приведу один пример. Если на тело массы (массы покоя) m действует сила F , то ускорение равно $a = F/m$; так у Ньютона. А если скорость приближается к скорости света? Оказывается, мало того, что ускорение уменьшится (это как раз и трактуется как возрастание массы), величина ускорения теперь будет зависеть от того, как направлена сила относительно скорости тела.

Тем не менее суть многих эффектов можно понять, исходя из того, что масса зависит от скорости. Мы не будем вспоминать конкретную форму зависимости, так как все равно никаких вычислений производить не собираемся. Для нас важно только, что масса растет с ростом скорости. Посмотрим на Меркурий в афелии, где его скорость v_a на расстоянии r_a от Солнца. А в перигелии расстояние r_p скорость v_p . Чтобы планета двигалась по эллипсу, произведение $v_a r_a$ должно быть равно $v_p r_p$. Но тогда нарушится закон сохранения момента импульса! Ведь масса в перигелии больше, поскольку там выше скорость, значит, $v_p r_p m_p > v_a r_a m_a$. Следовательно, чтобы не нарушался закон сохранения

*) Специальная теория относительности (СТО) имеет еще другое название — частная теория относительности (ЧТО). Мне это название даже больше нравится. Но не будет ли читатель по этому поводу недоумевать: видимо, автор задает о-о-очень важный вопрос, если пишет ЧТО большими буквами. Так что пусть уж будет СТО.

момента импульса, скорость в перигелии должна быть меньше, чем это требуется законами Кеплера! Вот откуда смещение перигелия.

Кстати, орбита вообще может быть незамкнутой (рис. 18) или при удачном стечении обстоятельств «замкнется», но не на первом витке.

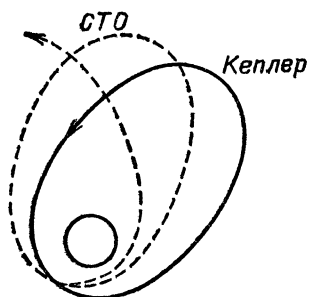


Рис. 18

Так как эффект очень мал, его удобно представить — почти по Евдоксу — как движение по эллипсу, который сам вращается вокруг Солнца.

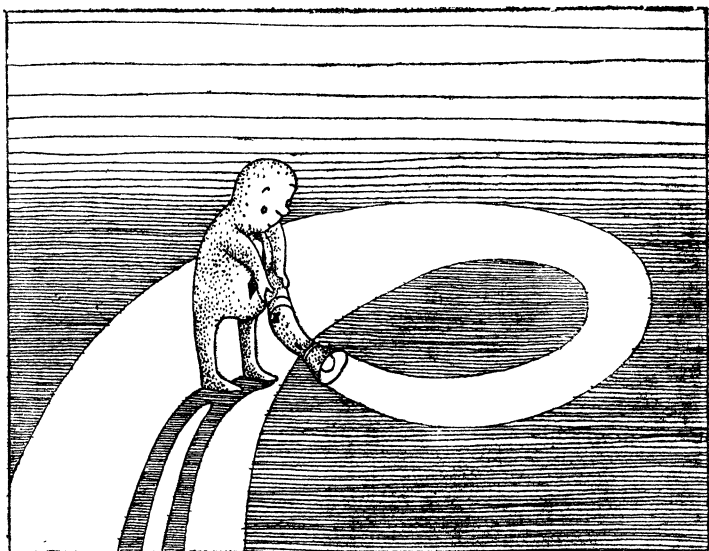
Все хорошо, но без общей теории относительности не сходятся цифры. Так, к сожалению, будет во всем этом сюжете. Что поделаешь, мы же в 1910 году...

А давайте вернемся аж в 1783 год. На заседании Королевского общества (английской Академии наук) зачитывается письмо бакалавра богословия Джона Мичелла. Нет, не по вопросам доказательства существования бога. Доказывается нечто гораздо более неожиданное: если найдется звезда с плотностью Солнца, но достаточно большая, то она не будет светить — свет упадет обратно на звезду.

Конец XVIII века. Что такое свет, не совсем ясно. Наверное, это просто тельца, шарики какой-то особой породы. Но законам Ньютона они подчиняются, как и все в мире. Скорость их движения уже известна — поработал Рёмер. Давайте вслед за Мичеллом попробуем

Задача 82. Вычислить радиус звезды с плотностью Солнца, которая не хочет светить в силу законов Ньютона.

К началу XX века с природой света более или менее разобрались. Сначала доказали, что свет не частицы, а волны. Потом выяснили, что это и волны, и частицы. Только масса покоя у этих частиц нулевая и двигаться они могут не медленнее чем 300 000 км/с, т. е. со скоростью света. А все потери энергии приводят лишь к изменению частоты. Энергию световых частиц (фотонов) можно вычислить как $h\nu$, а массу — как $h\nu/c^2$, где h — постоянная Планка, ν — частота излучения, c — скорость света.



Вот мы уже вспомнили и квантовую природу света, и СТО. Как же в рамках СТО обстоит дела с «черными дырами» — так называют звезды, которые не светят, хотя свет излучают?

А никак. В СТО их просто нет. СТО работает, пока звезда нормальная — вроде Солнца. Есть «красное смещение», т. е. свет теряет энергию, но при этом его скорость не меняется, а меняется частота. Частота уменьшается, следовательно, происходит изменение цвета со смещением к красному краю спектральной шкалы. Вот почему смещение называется красным. Попробуем, исходя из представлений СТО, оценить,

Задача 83. Насколько изменится частота света при удалении от поверхности Солнца на бесконечность?

Если вспомнить то, что сказано о релятивистской массе несколько выше, при «выводе» смещения перигелия Меркурия, придется признать, что полученный нами результат не более, чем грубая оценка.

А теперь зададимся вопросом: можно ли с помощью СТО организовать черную дыру?

Задача 84. По какому закону будет меняться частота света, излученного звездой, если изменение частоты нельзя считать малым?

Оказывается, СТО опровергает Мичелла. Но есть еще ОТО. И эта теория его полностью реабилитирует,

вплоть до точного совпадения формул, включая числовой множитель! Но общей теорией мы договорились не заниматься.

Третье доказательство справедливости общей теории относительности — искривление пути света. Эффект возникает уже в СТО, но рассчитать его можно только с помощью ОТО. Нам вообще трудновато обсчитывать это явление. Поэтому, оставаясь на позициях 1910 года, попытаемся очень грубо

Задача 85. Оценить отклонение луча света вблизи Солнца.

Чувствую, что становлюсь назойливым, но не могу не упомянуть лишний раз, что ОТО дает значение $1,75''$ — вдвое большее, чем точный расчет по СТО. И это значение, как и другие предсказания ОТО, блестяще подтверждается экспериментом.

Есть многое на свете, друг Гораций,
Что и не снилось нашим мудрецам.

У. Шекспир

Неистошима на выдумки природа. В 1960-х годах открыли светила, которые светят как галактики, а размеры имеют типично звездные. Назвали их квази-стральными (похожими на звезды) объектами — ничего более внятного не придумали. По свойственной XX веку торопливости это название сократили: получились «квазары» — довольно звучное название.

И вот эти чудовища преподнесли новый сюрприз. В год столетия со дня рождения Эйнштейна среди квазаров объявилась пара «однойцовых близнецов»: объекты QSO 0957+561 А и В одинаково удалены от нас, имеют одинаковые скорости (впрочем, это фактически одно и то же) и абсолютно точно совпадающие спектры. А между объектами, как раз на полпути к Земле, находится галактика, масса которой около $2 \cdot 10^{19} M_{\odot}$, радиус 7 килопарсеков. Близнец В виден совсем рядом с галактикой.

Задача 86. На каком угловом расстоянии от В виден А?

Свет от единственного квазара — это, конечно, объект А — идет двумя путями: прямо и по кривой, по пути, «изогнутому» галактикой, которая, играя роль линзы (эффект так и называется — гравитационная линза), создает «дубликат» — квазар В (рис. 19).

И все же близнецы ведут себя не абсолютно одинаково. Свет от В, вернее свет от А, идущий по кривой, немного запаздывает. Пока квазар не меняется, А от В не отличить. Но вот

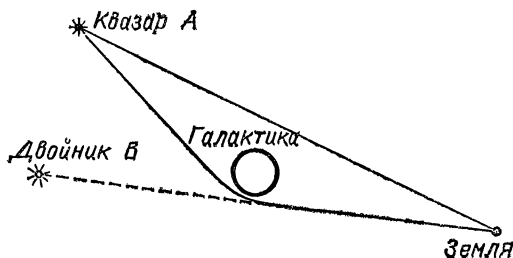


Рис. 19

Задача 87. На квазаре произошла вспышка, зарегистрированная земным наблюдателем. Двойник, возникший благодаря галактике, расположенной на расстоянии $l = 10^9$ св. лет от Земли, «мигнул» с запазданием в двое суток ($\tau = 1,73 \cdot 10^5$ с). Угловое расстояние между квазаром и двойником $\alpha = 3 \cdot 10^{-6}$ рад. Определить расстояние до квазара.

В общем ситуация такая же, как в предыдущей задаче (как на рис. 19). Но одно отличие не упустим из виду: расстояние от квазара до галактики теперь не равно расстоянию от галактики до Земли.

Свет всегда идет по кратчайшему пути, точнее, по пути, требующему наименьшего времени. Если он идет по кривой, значит, кратчайший путь (так называемая геодезическая) — кривая. Раз свет и в вакууме избирает непрямолинейный путь, значит само пространство, описываемое ОТО, — неевклидово, искривленное пространство. И искривляют его силы тяготения.

* * *

Так что же такое все-таки общая теория относительности?

Математический аппарат теории довольно сложен, поэтому о нем постараемся даже не упоминать. Но ведь как раз Эйнштейн сказал: «Главное все же содержание, а не математика». Начать придется издалека.

Ньютон был чуть ли не единственным человеком, который видел слабые места своей картины мира. Главная слабость — мгновенное дальное действие. В процессе гравитационного взаимодействия тела «знают» о том, где в данный момент расположены все их партнеры. Неразрешимый вопрос — как это получается. Сработала «бритва Оккама». Не думаю, что Ньютон читал старинного даже для его времени богослова. По-видимому, и до этого он дошел сам, но посмотрите, как похоже на Оккама звучат слова Ньютона:

«Правило 1. Не должно принимать в природе иных причин сверх тех, которые истинны и достаточны для объяснения явлений».

А для объяснения явлений ньютонова механика была достаточно вплоть до конца XIX века. Одним из краеугольных камней этой механики были галилеевы принцип относительности. Из него вроде бы однозначно вытекал закон сложения скоростей: если на корабле стреляют из пистолета и пуля вылетает со скоростью v , а сам корабль движется со скоростью V , то скорость пули относительно Земли будет $v+V$.

И вот, когда скорость света измерили, так сказать, вдоль и поперек, оказалось, что свет не хочет реагировать на движение источника. Из какого бы пистолета ни выстрелили световым лучом, в какой бы системе ни измеряли его скорость, всегда получается одно и то же — $c=300\,000$ км/с. Новый закон сложения скоростей, при котором скорость света была бы всегда одна и та же, придумать удалось *). Но никак не удавалось его понять.

Только в государственной службе
познаешь истину.

К. Прутков

В 1900 году некто Альберт Эйнштейн, окончив Высшую техническую школу в Цюрихе, получил право преподавать физику. Право, но не возможность: отзывы учителей не блестящие, взгляды слишком самостоятельные. Кому нужен такой преподаватель? Только через два года Эйнштейн получает, причем по

*) Забавная, хотя и не столь редкая в науке ситуация: новый закон сложения скоростей придумал О. Хевисайд, первый не без робости применил Дж. Фитцджеральд, обосновал А. Пуанкаре, объяснил А. Эйнштейн и все это называется ... преобразование Лоренца (!) — и совершенно справедливо.

протекции, постоянную работу, да и то — место технического эксперта в Патентном бюро. Одно хорошо — эта «государственная служба» оставляет достаточно времени, чтобы пытаться «познавать истину».

И вот в 1905 году этот, как он себя называл, «патентованный батрак» публикует статью под невыразительным названием «К электродинамике движущихся тел». Что же сделал Эйнштейн?

Движущееся и движение удовлетворительно
не различимы.

У. Оккам

Эйнштейн, как и Ньютон, вряд ли опирался на сомнительный авторитет Оккама. Просто он, говоря языком протокола, распространил принцип относительности на все физические явления. У Ньютона сохранялось абсолютное пространство. И если механические явления не позволяли выделить абсолютно неподвижную систему отсчета, то какие-нибудь другие, возможно, и могли позволить сделать это. Вот, например, свет, который как-то странно себя ведет, — может быть, именно он? Нет, сказал Эйнштейн, ни свет, ни что-либо другое, потому что абсолютного пространства, как и абсолютного времени, не существует. Это во-первых. А во-вторых, раз Природа нам твердит — скорость свега ни от чего не зависит, так что же упрямитесь, давайте поверим ей.

И оказывается, если принять эти два постулата, все результаты измерений логично объяснить. Правда, нужна еще одна «мелочь»: надо ясно понять, что и как мы измеряем. И вот этот, логически самый сложный пункт программы, Эйнштейн тоже выполнил. Все стало на свои места. Преобразования Лоренца — не какой-то способ подгонки под ответ, а необходимое следствие специальной теории относительности.

Изумительно! Просто, как все гениальное!

Изумились все. Признали, пусть даже не гениальным, а только правильным, не все и не сразу. Чтобы проиллюстрировать, насколько Эйнштейн «видел дальше других», приведем два факта из его биографии

В 1913 году Эйнштейна избирают действительным членом Берлинской академии наук. Представление составляет Планк. Он характеризует Эйнштейна как талантливейшего исследователя, но отмечает, что тот «в своих спекуляциях может иногда заходить слишком

далеко, как, например, в гипотезе световых квантов». И это пишет «изобретатель» кванта *)!

В 1921 году, уже давно признанный великим ученым, уже создавший свой главный шедевр — общую теорию относительности, Эйнштейн получает Нобелевскую премию «за заслуги в области математической физики и особо за открытие закона фотоэлектрического эффекта» — за спекуляции о световых квантах! Но вот о двух теориях относительности — молчок.

Почему же все-таки две?

Принцип относительности — Галилея ли, Эйнштейна ли, все равно — говорит о равноправии инерциальных систем отсчета. А какие системы инерциальные? Которые движутся равномерно и прямолинейно относительно других инерциальных систем. Давай же найдем какую-нибудь одну инерциальную систему, и тогда... Но где ее взять? Где проверить, что «тело, на которое не действуют никакие силы, сохраняет состояние...» и т. д.? Можно ли найти место, где не действуют никакие силы? Вряд ли это удастся, и в первую очередь трудности возникают с силами тяготения — ведь тяготение всемирное.

А нельзя ли его «выключить»? Можно. Примером может служить невесомость в свободно падающем лифте, на спутниках. «Несправедливость», неприменимость второго закона Ньютона в неинерциальных системах (там приходится вводить для его спасения силы инерции) как раз устраняется благодаря тому, что гравитационные силы и силы инерции компенсируют друг друга. Для этого, правда, надо, чтобы гравитирующая масса — та, которая фигурирует в законе $F = GMm/r^2$, была бы в точности равна инерционной, входящей в формулу второго закона Ньютона: $F = ma$.

До сих пор мы об этом умалчивали, ученые до Эйнштейна считали равенство масс экспериментальным фактом, в какой-то мере счастливым совпадением. Однако Эйнштейн опять вместо стыдливой подгонки под ответ рубит Гордиев узел — постулирует равенство масс как закон природы.

*) Свое мнение о «спекуляциях» Эйнштейна М. Планк со временем изменил. Но не о его таланте. И он не побоялся высказать это мнение даже в 1933 году, когда Эйнштейн был объявлен «врагом нации»: «Эйнштейн — это физик, работы которого ... можно сравнить только с достижениями Иоганна Кеплера и Исаака Ньютона».

Итак, свободно падающий ящик — вот идеально инерциальная система отсчета. Там уж тело будет покоиться или двигаться прямолинейно и равномерно; все можно убрать, кроме тяготения и инерции, а они компенсируют друг друга. А разве «крышка Леонова» двигалась равномерно и прямолинейно? Сначала — да. А за период обращения спутника? Конечно, нет.

Да, говорит Эйнштейн, поле тяжести легко выключить, если оно однородно. А в масштабах целой орбиты спутника разве можно говорить об однородности поля тяготения Земли?

Как же ведет себя поле тяготения? Вполне прилично и достаточно просто. Но, конечно, это на вкус Эйнштейна. Во-первых, его можно «кое-где порой» выключить — двух масс нет, масса одна. Во-вторых, оно распространяется с конечной скоростью — сигнал об изменении положения притягивающего тела летит к притягиваемому телу не быстрее света.

И третье: поле имеет энергию, а значит массу, поскольку $E=mc^2$. Следовательно, гравитационное поле само создает гравитационное поле!

Последнее заявление кажется не вполне корректным — вспомним рассуждения на с. 77. Так оно, конечно, и есть. Говоря чуть строже, тела (массы) искривляют пространство, но это искривление само вносит дополнительное искривление.

Может быть, немного пояснит ситуацию аналогия. Расчет гравитационного поля по Ньютону сравним с расчетом удара абсолютно упругого шара об абсолютно упругую стенку: со стенкой ничего не произойдет, нетрудно сообразить, как должен вести себя шарик. А вот если шарик налетает на шарик, надо рассматривать сразу поведение их обоих: не знаешь, что будет со вторым шариком, не поймешь, как будет вести себя первый. Как говорят математики, надо решать самосогласованную задачу. Но тут все-таки шарики, материальные точки, а там поля...

Вот здесь-то и возникает потребность в той самой математике, которая поначалу была трудновата даже для самого Эйнштейна.

А каковы же результаты? Ну, чуть-чуть быстрее движется перигелий, чуть-чуть больше отклоняется световой луч, чуть-чуть сильнее «краснеет» свет Солнца. Есть еще один эффект, которого в СТО нет: свет мимо Солнца идет медленнее — но тоже чуть-чуть.

Ах, да, мы забыли черные дыры. Ведь Мичелл их открыл, СТО вроде бы закрыла, а ОТО снова открыла. Это от Солнца свет «краснеет» чуть-чуть, а когда тело уйдет под радиус Шварцшильда, то он «покраснеет» до полного исчезновения — просто сгорит от стыда за свою неспособность преодолеть тяготение. А наблюдатели то ли открыли эти дыры, то ли вот-вот откроют, пока не ясно.

И это все? Нет. Есть один объект, свойства которого изучать можно только с помощью общей теории относительности. Этот объект —

ВСЕЛЕННАЯ

Во все века жила, затаена,
Надежда —
вскрыть все тайнства природы.

В. Брюсов

Что такое Вселенная? Договоримся примерно так: Вселенная — это то, что, по современным представлениям, в принципе может наблюдать земное человечество.

«По современным представлениям» — кто же знает, не изменятся ли они? «Земное человечество» — если все же есть другие вселенные, там могут быть, хотя это звучит не совсем по-русски, другие человечества; они могут наблюдать совсем другое. «В принципе» — эта оговорка несет даже два смысловых значения. Во-первых, «наблюдать» — не обязательно «видеть», хотя бы и в телескоп. Какие-нибудь мю-мезоны и в микроскоп не увидишь, в лучшем случае можно увидеть их следы в камере Вильсона. А кварки, говорят, никогда и следов не оставят. И все-таки в существовании мюонов никто, а в существовании кварков почти никто не сомневается. Во-вторых, человечеству, может быть, просто не отпущено достаточно времени, чтобы увидеть все, что можно видеть. Взорвется, например, поблизости сверхновая — от Солнечной системы и пыли не останется. А то и само человечество спалит себя в огне ядерной войны. Тут, правда, есть способ спастись — бороться за мир.

У нас уже промелькнули слова «другие вселенные». Видимо, «наша Вселенная» — не единственная. А как же выглядит «всё-всё-всё»? Как говорится, «современная наука в этом вопросе бессильна». Тут имеется большой

простор для самой необузданной фантазии, для самых безумных идей. А вот поведение нашей Вселенной, иначе называемой Метагалактикой, во многом уже прояснилось.

Вернемся на минутку в доэйнштейновское время. Вселенная однородная, бесконечная; тяготение подчиняется ньютоновой формуле. Тут же возникают неприятности. Ночное небо должно светиться, как поверхность Солнца (парадокс Ольберса), напряженность гравитационного поля всюду должна быть бесконечной. Парадоксы обнаруживали... и не обращали на них внимания.

Но вот появилась общая теория относительности. Отличия от Ньютона немалые. Как теперь должна выглядеть Вселенная? Первым эту задачу начал решать, как нетрудно догадаться, сам Эйнштейн. Уравнения есть, но это дифференциальные уравнения (соотношения, содержащие не только некоторые величины, но и их производные). Надо задать какие-то дополнительные условия, чтобы начать решение. Одним из таких условий Эйнштейн выбрал стационарность Вселенной. Ведь если Вселенная — это и есть «всё-всё-всё», то разве она может меняться? И ничего путного у Эйнштейна не получалось. Никак не удавалось подойти к решению, учитывая, что тела лишь притягиваются друг к другу (другими взаимодействиями в масштабе Вселенной, конечно, можно пренебречь). И Эйнштейн не нашел ничего лучшего, как придумать Λ -член, позволяющий считать, что наряду со всемирным тяготением есть еще и «всемирное отталкивание».

И вдруг из далекой, разрушенной гражданской войной России пришла статья математика, специалиста по метеорологии А. А. Фридмана, из которой следовало, что уравнения Эйнштейна для Вселенной можно решить и без Λ -члена. «Всемирное отталкивание» — фокус, придуманный для выполнения совершенно не обязательных условий, что называется гипотеза *ad hoc*; именно такие гипотезы, как мы помним, страшно не любил Ньютон.

Правда, Вселенная Фридмана... нестационарна! Впрочем, этого и следовало ожидать; ведь Λ -член был введен Эйнштейном только для того, чтобы спасти стационарность Вселенной. Да, но что означает нестационарность Вселенной? Ну, например, Вселенная расширяется... Куда же ей расширяться, если она Все-

ленная? Что-то тут не так. Но упрямый Фридман доказывает Эйнштейну, что ошибки нет.

«Высший поступок,— сказал Блейк,— поставить другого впереди себя.» Именно такой поступок и совершил Эйнштейн: немедленно публично признал правоту Фридмана. А тут кстати подоспели и «экспериментальные» (конечно, наблюдательные, эксперимент со Вселенной не поставишь) данные в пользу расширения Вселенной. Оказалось, что галактики без видимой причины разбегаются друг от друга. Но ведь тяготение Фридман не отменил, а Λ -член выбросил. Почему же может расширяться Вселенная? Ответ один: по инерции.

Давным-давно, этак 10 или даже 20 миллиардов лет назад, произошел Большой Взрыв, началось расширение Вселенной. Правда, в то время галактики не разбежались, их просто еще не было. Но когда они образовались из разлетающегося вещества, импульс сохранился и они до сих пор разбегаются. А что же дальше? А дальше, по-видимому, так: если запас энергии у разбегающихся галактик достаточен, чтобы преодолеть силы тяготения, то расширение Вселенной неостановимо, если недостаточен — Вселенная пульсирует. Решает все средняя плотность вещества во Вселенной. Пока эта величина кажется недостаточно большой, чтобы остановить расширение. Но вспомним задачу 19: погасшие, невидимые звезды; межгалактическая пыль; недавно появились сведения, что нейтрино имеют массу (массу покоя). Может быть, во Вселенной и наберется достаточное количество «скрытой массы», и со временем расширение Вселенной сменится сжатием...

Но все это — не тема нашей книги. Космология — интереснейшая наука, о ней вышла масса книг, в том числе и в Библиотечке «Квант» *). А мне только и остается, что, отослав Читателя к этим книгам, попрощаться с ним, ибо, как сказано в бессмертном писании гениального директора Пробирной палатки: «И саго, употребленное не в меру, может причинить вред».

*) См., например: Новиков И. Д. Как взорвалась Вселенная.— М.: Наука, 1988.— Библиотечка «Квант», вып. 68,

ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ, ЗАМЕЧАНИЯ (ОРЗ)

4. Сравнивая движение кометы и Земли, с помощью третьего закона Кеплера найдем большую полуось кометной орбиты: $a = 18,05$ а. е. Максимальное удаление от Солнца около $35,5$ а. е.

5. Согласно расчету минимальное расстояние кометы Григга — Скьеллерупа от Солнца $0,77$ а. е., т. е. комета подлетает к Солнцу ближе Земли. Это, однако, не дает возможности однозначно ответить на вопрос задачи. Как уже упоминалось, орбиты комет могут иметь заметный наклон к эклиптике. В этом случае пересечение проекций орбит планеты и кометы на плоскость эклиптики не гарантирует пересечения самих орбит. Так, мы знаем, что комета Галлея имеет перигелий на расстоянии $0,59$ а. е. от Солнца, т. е. подходит к нему ближе орбиты Земли. С этой точки зрения вроде бы возможно ее столкновение с Землей. Когда перед 1910 годом астрономы радовались, что комета Галлея пролетит очень близко от Земли, поползли слухи о столкновении, о конце света. Но это «очень близко» — десятки миллионов километров. Минимальное расстояние между кометой и Землей зависит, естественно, не только от взаимного расположения их орбит, но и от того, где на своей орбите находится Земля, когда комета проходит мимо ее орбиты. В ближайшие несколько тысячелетий комета Галлея не окажется ближе $0,064$ а. е. (около 10 млн км) от Земли. Наименьшее расстояние, на которое комета Галлея подходила к Земле, равно $0,04$ а. е. = 6 млн км. Это было в 837 году, когда орбита кометы была несколько иной.

6. Чтобы «превзойти» Евдокса, понадобится около 5 суток, Браге — почти месяц (25 суток), Улугбека — больше двух месяцев (почти 70 суток). И эти цифры еще следует считать заниженными, так как дифракционный предел, из которого мы исходили при расчете, — недостижимый идеал. Оптические

приборы считаются отличными, если удастся разрешить угол, вдвое превышающий дифракционный.

7. Аристарх вычислил, что Земля в 3 раза больше Луны. По современным данным — в 3,67 раза.

8. Из рис. 20 непосредственно видно, что отношение расстояний от Земли до Луны и от Земли до Солнца есть синус «угла Аристарха». Расчет по данным Аристарха дает отношение, равное $19\frac{1}{3}$, по современным данным получаем 400. Но даже по данным Аристарха диаметр Солнца в 6 с лишним раз больше диаметра Земли, а значит по объему Солнце больше в 250 раз. Трудно поверить, что такой гигант «крутится» вокруг крошечной Земли.

9. Эратосфен — 47,5 тыс. км, Посидоний — 45,6 тыс. км, современные данные — 40,0 тыс. км. Если же принять стадий равным 157 м, то Эратосфен получил 39,25 (1), а Посидоний — 37,68 тыс. км. И такое ухудшение точности становится совсем непонятным, если вспомнить, что Эратосфен измерял высоту Солнца, которое само имеет угловой размер около $0,5^\circ$, а Посидоний — высоту звезды Канопус.

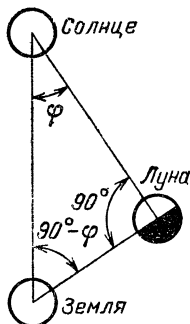


Рис. 20

10. Разность широт рассматриваемой точки и тропика определяет минимальный зенитный угол Солнца. Значит, в Самарканде Солнце не доходит до зенита 16° , в Бугаре — 32° — ровно вдвое больше. Можно, конечно, вычислить длины минимальных теней и сравнить их. Но на вопрос задачи можно ответить, не заглядывая в таблицу тангенсов. Достаточно вспомнить формулу $\operatorname{tg} 2\alpha = 2 \operatorname{tg} \alpha / (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)$ и станет понятно, что $\operatorname{tg} 2\alpha$ больше $2 \operatorname{tg} \alpha$. Значит, тридцатиметровая обсерватория отбрасывала меньшую тень, чем пятнадцатиметровый минарет.

11. При движении к Юпитеру Земля получает сигнал об очередном затмении Ио раньше на время $v_3 t_0 / c$, где c — скорость света, а t_0 — период обращения Ио вокруг Юпитера. При движении от Юпитера сигнал на такое же время запаздывает. Значит, действительное время между затмениями равно $t_0 = (t_1 + t_2) / 2$, а кроме того, $t_2 - t_1 = v_3 (t_2 + t_1) / c$. В результате получаем $c = v_3 (t_2 + t_1) / (t_2 - t_1) = 3,04 \cdot 10^5$ км/с.

Погрешность $\approx 1\%$ естественна — примерно с такой точностью мы «замерили» разность времен между затмениями.

12. $R_{\text{Л}} = (g_0 r_0^2 T_{\text{Л}}^2 / 4\pi)^{1/3} = 383$ тыс. км (точное значение 384,4 тыс. км).

13. Примерно 275 м/с^2 .

14. Приравнявая для Ио центростремительную силу и силу притяжения Юпитером, получаем $M_{\text{Ю}} = 4\pi^2 R^3 / GT^2$, где $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ — гравитационная постоянная. Получаем $M_{\text{Ю}} = 1,9 \cdot 10^{27} \text{ кг}$ (около 318 масс Земли). Теперь ускорение силы тяжести на поверхности Юпитера можно вычислить двумя способами. Первый — путем сравнения масс и размеров Земли и Юпитера: $g_{\text{Ю}}/g_0 = (M_{\text{Ю}}/M_0)(r_0^2/r_{\text{Ю}}^2)$. Второй — путем вычисления ускорения Ио: $GM_{\text{Ю}}/R^2 = 4\pi^2 R/T^2$, а затем, в соответствии с законом обратных квадратов, полученное значение умножим на квадрат отношения радиуса орбиты Ио и радиуса Юпитера, т. е. на 35,4. В любом случае получаем, что ускорение свободного падения на поверхности Юпитера $g_{\text{Ю}} = 25,2 \text{ м/с}^2$.

15. $v_{\text{лк}} = \sqrt{g_0 r_0}$. Получаем для Земли $7,9 \text{ км/с}$, для Солнца — $437,5 \text{ км/с}$, Юпитера — $42,4 \text{ км/с}$.

16. Подобно тому, как это делалось в задаче 14, можно вычислить массу Солнца, а затем и его плотность: $\rho_{\odot} = 1,4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Ясно, что минимальный период обращения вокруг Солнца имеет спутник, движущийся по «стелющейся» орбите. Это прямо следует из третьего закона Кеплера (окружность — вырожденный эллипс). Для этого периода получаем $T_{\odot}^{\text{min}} = (3\pi/\rho_{\odot} G)^{1/2} = 10^4 \text{ с}$.

17. Посмотрим на рис. 21. Расстояние $l = 2,42 \cdot 10^3 \text{ а. е.}$, а расстояние $L = 10,4 \cdot 10^3 \text{ а. е.}$ (пересчет пусть читатель проверит сам). По теореме Пифагора найдем радиус орбиты Проксимы: $r = 10,7 \cdot 10^3 \text{ а. е.}$ Период обращения можно найти, сравнивая

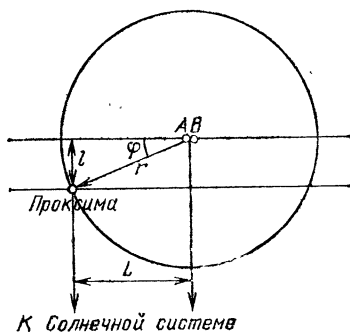


Рис. 21

движение Проксимы с движением Земли: $T_{\Pi} = T_0 (r/R_0)^{3/2} \times (M_{\odot}/M_{\text{AB}})^{1/2} = 8 \cdot 10^5 \text{ лет}$. Нетрудно найти также угол $\varphi = 13^\circ$. В задаче не оговорено, в какую сторону движется Проксима. Если она приближается к нам, то ближайшей она будет еще 370 тыс. лет, а если удаляется, то — «всего» 30 тыс. лет.

18. $\rho_{\text{я}} = \rho_{\odot} (T_{\odot}^{\text{min}}/T_{\text{н}})^2 = 1,4 \cdot 10^{17} \text{ кг/м}^3$. Нейтронная звезда в сто триллионов раз плотнее Солнца! Массы этих звезд всего в 2—3 раза больше массы Солнца, а значит, диаметр нейтронной звезды всего несколько десятков километров. Что там Зем-

ля! «Уважающий себя» астероид в десятки раз больше такой звезды!

19. $6,5 \cdot 10^{10} M_{\odot}$. Напомним, что в этой задаче речь идет о звездах, которые ближе Солнца к центру Галактики. В следующей задаче фигурирует уже масса всей Галактики.

20. Период обращения Магеллановых Облаков (не будем утомлять читателя многократно использованными формулами) около 3 млрд лет. В телескоп ЕЮО можно зафиксировать угол $\lambda/D \approx 1,7 \cdot 10^{-7}$ рад. Такой угол Магеллановы Облака пройдут примерно за 80 лет.

22. Приняв за единицы измерения соответственно массу Солнца, радиус земной орбиты и земной год, для массы Сириуса В получим уравнение $(2,3+x)^2/x^3=10,9$. Подбором определяем $x=1$, т. е. масса Сириуса В примерно равна массе Солнца. Становится непонятным, почему такую звезду не видно невооруженным глазом. Ведь Солнце с Сириуса выглядит звездой второй величины — как Полярная. Оказывается, Сириус В — белый карлик. Это не нейтронная звезда, но все же звезда очень плотная, ее плотность в миллион раз больше плотности Солнца. Нетрудно подсчитать, что при равных массах поверхность такой звезды в 10 тысяч раз меньше поверхности Солнца (радиус карлика порядка радиуса Земли). Поэтому, хотя температура карлика в два с лишним раза выше температуры Солнца, он в сотни раз слабее Солнца как источник света.

23. Расстояние не изменилось, а масса возросла вдвое. Отсюда ответ — год уменьшится в $\sqrt{2}$ раз.

24. Звезды А и В движутся по окружностям радиусов $|AO|=|OB|=r$ с некоторой угловой скоростью ω . Второй закон Ньютона для них можно записать в виде $GM/(2r)^2=\omega^2 r$. Планета движется с той же угловой скоростью по окружности радиуса $|OC|=x$ под действием составляющих сил притяжения, направленных вдоль ОС. Запишем второй закон для нее: $(2GM/R^3) \times (x/R) = \omega^2 x$. Исключая очевидный случай $x=0$ и учитывая, что $R^2=r^2+x^2$, получаем $x=r\sqrt{3}$. Заметим, что $|AC|=|BC|=2r$, т. е. треугольник ABC — равносторонний.

26. Относительно центра Земли это расстояние $R=r_0\sqrt{2}$, а высота подъема, следовательно, равна

$$r_0(\sqrt{2}-1)=2640 \text{ км.}$$

$$27. v_{2к} = \sqrt{2g_0 r_0} = 11,18 \text{ км/с.}$$

$$28. g_{Ю} = g_0 (M_{Ю}/M_0) (r_0^2/r_{Ю}^2);$$

$$v_{\text{пар}} = v_{2к} \sqrt{M_{Ю} r_0 / M_0 r_{Ю}} = 60,1 \text{ км/с.}$$

$$29. 42,1 \text{ км/с.}$$

30. У поверхности Земли ракета должна обладать достаточной энергией, чтобы, выйдя из ее поля тяготения, еще иметь скорость 12,3 км/с. Вспомнив, что сложение энергий соответствует сложению квадратов скоростей, без труда получим 16,6 км/с. Направление скорости по выходе из поля тяготения Земли должно при этом совпадать с направлением орбитальной скорости Земли. Запуск надо очень аккуратно рассчитать. В частности, обратим внимание на такое обстоятельство. Предположим, мы попробуем запустить ракету со скоростью 16,6 км/с относительно центра Земли. Но эта скорость складывается из двух составляющих. Какую-то скорость сообщил ракете двигатель, и эта составляющая обычно направлена по радиусу Земли. А еще надо учесть скорость, связанную с суточным вращением Земли. А если говорить серьезно, то нельзя забывать и о сопротивлении воздуха...

31. Выразим в третьем законе Кеплера для круговых орбит период обращения через скорость и радиус: $r_1^3/r_2^3 = T_1^2/T_2^2 = (2\pi r_1/v_1)^2/(2\pi r_2/v_2)^2$. Получаем $v_1/v_2 = \sqrt{r_2/r_1}$. Зная скорость Земли, легко вычислим круговую скорость для перигелия кометы Галлея: $29,8 \sqrt{1/0,59} = 38,6$ км/с. Параболическая скорость кометы больше в $\sqrt{2}$ раз, т. е. равна 54,9 км/с.

32. $2v$.

33. $v_n = \sqrt{2GM_\odot/[r_n(1+r_n/r_a)]}$. Прежде чем подставлять числовые значения, обратим внимание на то, что выражение $\sqrt{2GM_\odot/r_n}$ — это параболическая скорость кометы в перигелии, которую мы вычислили в задаче 31. Теперь можно еще преобразовать то, что осталось. Учитывая малость величины r_n/r_a — обозначим ее x , — можно записать следующее: $1/\sqrt{1+x} \approx (1+x/2)^{-1} \approx 1-x/2$. Сразу видно, какого порядка погрешность мы допустили при оценке. Уточненный ответ — 54,4 км/с.

34. Это действительно очень просто: применим второй закон Кеплера к перигелию и афелию и немедленно получим, что в афелии комета движется «совсем медленно» — ее скорость равна 0,9 км/с. Приличный истребитель может соперничать с такой кометой.

35. Посмотрим на рис. 22. За время прохождения дальней половины орбиты радиус-вектор кометы замечает площадь фигуры $СВ АВ'$. Площадь этой фигуры равна $ab/2 + b(a-r_n)$. За время прохождения ближней к Солнцу половины орбиты — оставшуюся часть от площади ab . Расчет дает 14,7 года. Но в точках $В$ и $В'$ комета находится от Солнца на расстоянии равном большой полуоси ее орбиты. А это еще ой как далеко от Солнца — больше 18 а. е.! В наши дни (свидание 1986 года)

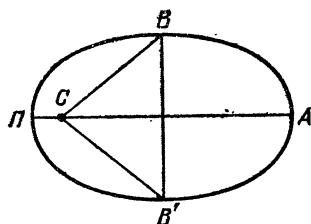


Рис. 22

с помощью сверхмощных ЭВМ удалось предсказать положение кометы с точностью до нескольких угловых секунд. Поиски велись на телескопе с 5-метровым зеркалом. И в телескоп «смотрел» не человек, а сверхчувствительный фотоприемник, способный регистрировать одиночные кванты света. И все же комету заметили лишь за три с небольшим года до прохождения перигелия, на расстоянии около $11\frac{1}{2}$ а. е. от Солнца. Таким образом, даже будучи вооруженными современной техникой, мы в состоянии следить за этой самой изученной кометой лишь в течение $1/12$ периода ее обращения вокруг Солнца.

36. Площадь, ограниченная всей орбитой Плутона, как мы помним, равна $S = \pi ab$. Нам надо найти, какую площадь он заметает за время пребывания на месте восьмой планеты. Это площадь сектора эллипса. Вычислить точно ее нам не удастся. Но обратим внимание, что расстояние от Солнца в этот период меняется незначительно: в начале и в конце — 4,5 млрд км, а в середине — минимальное — 4,4 млрд км, т. е. по форме эта область похожа на сектор окружности. Если мы возьмем некоторый средний радиус, например $(r + R_1)/2$, то наверняка получим довольно точное значение площади $S_1 = \frac{100}{360} \pi \left(\frac{r + R_1}{2} \right)^2$. Не знаю, убедит ли это читателя, но можно проверить, что если вместо квадрата среднего радиуса $[(r + R_1)/2]^2$ мы возьмем средний квадрат радиуса $(r^2 + R_1^2)/2$, то результат практически не изменится. В любом случае получаем для времени пребывания Плутона внутри орбиты Нептуна $\tau = TS_1/S = 40$ лет.

Значит, Плутон вновь станет девятой планетой в 2009 году, как и написано в астрономических справочниках.

38. Около 42 тыс. км.

39. Когда первый спутник находится в точке a , второй — в a' (рис. 23), когда первый — в b , второй — в b' . Ясно, что участки $a'a$ и $b'b$ второй спутник должен пройти за одно и то же время, — это время, на которое он отстает от первого. Из второго закона Кеплера отношение Oa к Ob должно быть равно

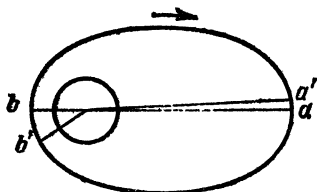


Рис. 23

2 : 5. Большую ось орбиты найдем, например, сравнивая при помощи третьего закона Кеплера наш спутник со спутником минимального периода обращения. Получаем большую ось 25 570 км, и перигейный и апогейный радиусы соответственно 7306 и 18 265 км; не забудем вычесть радиус Земли и получим в ответе: 936 км в перигее, 11 895 км в апогее.

40. Пусть в некоторой точке расстояние от центра притяжения r , а скорость v , и направлена она перпендикулярно радиусу-вектору. Очевидно, это одна из крайних точек орбиты — допустим, перицентр *).

Попробуем найти расстояние до апоцентра R . Предположим, что скорость спутника в апоцентре равна V . Запишем второй закон Кеплера и закон сохранения энергии для этих двух точек (в расчете на единицу массы спутника):

$$vr = VR; \quad \frac{v^2}{2} - \frac{GM}{r} = \frac{V^2}{2} - \frac{GM}{R}.$$

Исключим V :

$$\frac{v^2}{2} - \frac{GM}{r} = \frac{v^2 r^2}{2R^2} - \frac{GM}{R}.$$

А теперь немного подумаем.

После приведения к общему знаменателю (R , по-видимому, не равно нулю) мы получим квадратное уравнение, имеющее два решения. Что это за решения? Это те значения R (r и v мы считаем известными), для которых выполняются два наших уравнения. Это апоцентр и ... перицентр. Конечно, если неизвестный радиус равен r , а скорость — v , то наши уравнения обращаются в тождества.

*) В общем случае ближайшая и наиболее удаленная от центра притяжения точки называются соответственно перицентром и апоцентром. Если «светило» — Земля (Гей), то это перигей и апогей, для Солнца (Гелиоса) — перигелий и афелий. Придуманы названия для особых точек орбит спутников Луны (Селены) — периселений и апоселений; возле любой звезды (астры), кроме нашего Солнца, — периастр и апоастр.

Поразмыслим еще чуть-чуть. Нас интересует большая ось орбиты. Но это $r+R$, т. е. сумма решений преобразованного

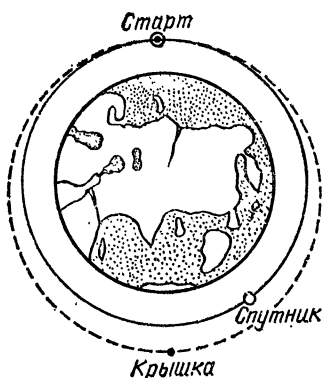


Рис. 24

уравнения. Теперь ясно, что она будет равна отношению множителя при $1/R$ в правой части уравнения к его левой части. Но в левой части — полная энергия единицы массы спутника. По-моему, все. Окончательно получим такую связь между большой полуосью орбиты a , полной энергией единицы массы обращающегося по этой орбите тела E и массой центра тяготения M : $2a = -GM/E = GM/|E|$.

41. Энергия крышки (мы все время говорим об энергии единицы массы) больше энергии спутника, значит ось ее орбиты больше. В месте старта скорость крышки перпендикулярна радиусу, значит, это перигей. Итак, орбита крышки будет выглядеть, как на рис. 24, только различие между орбитами на рисунке, конечно, преувеличено. Используя результаты задачи 40 и приближенную формулу, которую мы только что вспоминали, попробуем найти различие в больших осях орбит спутника и крышки:

$$\begin{aligned} \frac{2a}{2R} = \frac{2R+\Delta}{2R} &= 1 + \frac{\Delta}{2R} = \frac{|E|}{|E+\Delta E|} \approx \\ &\approx \frac{|-v^2/2|}{|-v^2/2+v\Delta v|} = \frac{1}{1-2\Delta v/v} \approx 1 + \frac{2\Delta v}{v}. \end{aligned}$$

Читатель может проверить более подробно, но ответ получится тот же. Дальше получаем $\Delta = R \cdot 4\Delta v/v = 32$ км. Орбита ясна.

42. Используя тот же прием, что и в задаче 41, применительно к третьему закону Кеплера, найдем разность периодов обращения спутника и крышки. Получаем $\Delta T = T(3\Delta/4R) = 19$ с. Давайте остановимся и обдумаем этот результат. Большая ось эллипса на 32 км больше радиуса круговой орбиты. Длина эллипса менее чем на $\pi\Delta = 100$ км превышает длину окружности. Если пренебречь изменением средней скорости, то крышка должна опоздать всего на 12 с. Значит, средняя скорость крышки меньше скорости спутника, несмотря на то, что в перигее она

даже больше. В общем, этого можно было ожидать. Ведь на круговой орбите, совершенно очевидно, чем больше радиус, тем меньше скорость. Так вот, средняя скорость на эллипсе, так мало отличающемся от окружности, близка к той, с которой тело движется по окружности радиуса, равного большой оси эллипса. Эти соображения нам пригодятся в дальнейшем.

43. В этом случае новая скорость крышки будет $\sqrt{v^2 + v_k^2}$, изменение оси орбиты у Леонова вдвое меньше, чем у спутника, полуось новой орбиты отличается от радиуса всего на 8 км. Точка старта теперь не будет перигеем (рис. 25).

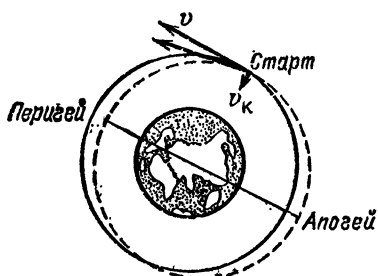


Рис. 25

44. К моменту встречи первый спутник должен пройти на $l=53$ км меньше полного оборота. Второй спутник к этому времени должен совершить полный оборот по новой орбите, а значит относительное изменение периода должно составить $\Delta T/T = l/2\pi R = 1,2 \cdot 10^{-3}$. Так как изменение орбиты мало, относительное изменение большой полуоси можно определить из соотношения $\Delta a/R = 2\Delta T/3T = 8 \cdot 10^{-4}$. С точностью до знака таким же должно быть изменение полной энергии, а так как она может измениться только за счет изменения кинетической, то и изменение последней составит те же $8 \cdot 10^{-4}$. Изменить скорость надо, очевидно, на $4 \cdot 10^{-4}$. Осталось рассчитать скорость на исходной орбите, например, с помощью соотношения $v^2 R = v_{1K}^2 r_0$. В результате получаем

$$\Delta v = 4 \cdot 10^{-4} v_{1K} \sqrt{r_0/R} = 3 \text{ м/с.}$$

45. Вдали такой метеорит имеет скорость относительно Земли 59,6 км/с — это удвоенная скорость Земли. Кроме того, он наберет в поле тяжести Земли энергию, соответствующую второй космической скорости — 11,18 км/с. Из закона сохранения энергии ясно, что складываются квадраты скоростей. В результате получаем 60,64 км/с — как видим, если мы и забыли о приросте скорости, то ошиблись немного.

46. На удвоенном расстоянии от Земли скорость метеорита еще ближе к удвоенной скорости Земли ($v_{\text{ж}}=60,1$ км/с). Теперь сообразим, какой должна быть скорость спутника после столкновения, чтобы он попал на Землю. Большая ось орбиты, касающейся Земли (рис. 26), равна $3r_0$, «старая» ось — $4r_0$. Используя это соотношение (не забудем рассчитать сначала скорость на старой орбите — $v_1=5,59$ км/с), зная, как связаны оси

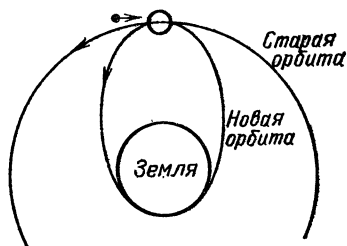


Рис. 26

и энергии, найдем, что скорость должна упасть до $v_2=4,56$ км/с. Закон сохранения импульса при ударе выглядит так: $v_1M - v_{\text{ж}}m = v_2(M+m)$. Отсюда $m=16$ кг.

48. Если увеличить скорость корабля v на величину Δv , то изменение кинетической энергии единицы массы

$$\Delta E = E_1 - E_0 = (v + \Delta v)^2/2 - v^2/2 = v\Delta v + \Delta v^2/2.$$

Отсюда ясно, что при большей скорости прирост энергии больше. Потенциальную энергию мы считаем неизменной, а полная энергия на орбите не меняется — она одна и та же в апогее и перигее. Может быть, я слишком разжевываю решение, но очень хочется подчеркнуть неожиданный, на первый взгляд, результат: с близкого расстояния улететь легче, чем с далекого.

49. Первое, что приходит на ум, по крайней мере, автору, — вычислить потенциальную энергию на расстоянии 384 тыс. км от Земли, сравнить ее с энергией на поверхности Земли и недостапу восполнить за счет энергии кинетической.

Конкретный расчет можно произвести по-разному. Мне нравится такой способ. На поверхности энергия пропорциональна второй космической скорости, на орбите Луны она в 60 раз меньше, чем на Земле (60 — отношение радиуса орбиты Луны к радиусу Земли). Значит, энергия, необходимая для достижения орбиты Луны, составляет $59/60$ «второй космической энергии», а скорость

$$v_x = v_{2\text{к}} \sqrt{59/60} \approx v_{2\text{к}} (1 - 1/120) = 11,09 \text{ км/с}.$$

Но тут возникает сомнение — стоит ли лететь до орбиты? И речь идет не о размерах Луны — читатель без труда убедится, что при нашей (разумной!) точности расчетов это ничего не меняет.

Но ведь если мы попадем в область, где притяжение Луны сильнее притяжения Земли, Луна сама затянет нас к себе в гости. А это немалое различие — Луна всего в 81 раз «легче» Земли, а это значит, что можно выиграть $1/10$ расстояния. Но при этом вместо $1/120$ выигрываем $1/108$ скорости — понадобится не 11,09, а 11,08 км/с.

Далее, на Земле притяжением Луны можно пренебречь. Но в точке «пересадки» силы сравниваются. Почему же мы вообще забыли о притяжении Луны? Давайте учтем его. Тогда потенциальная энергия в поле Луны к точке пересадки достигает величины (по модулю) $(M_L/M_0)(r_0/6r_0)=1/486$ «второй космической энергии»! Опять мелочи.

Оказывается, первая оценка очень хороша? Поживем — увидим.

50. Казалось бы, надо достичь скорости чуть меньшей, чем вторая космическая, а значит, это практически повторение задачи 47. Но в этом варианте у корабля есть горизонтальная составляющая скорости, значит, в силу второго закона Кеплера (момент импульса должен сохраняться) в точке пересадки полная скорость не может обратиться в нуль. Однако она упадет в 54 раза, а значит составит (опять мелочи!) примерно 0,2 км/с.

51. Можно попробовать такой способ. Рассчитаем для нашего расстояния от Луны $R=38,4$ тыс. км круговую скорость, а потом сообразим, во сколько раз отличается ось нашей орбиты от R . Итак, круговая скорость пропорциональна M/R и ее можно вычислить из первой космической:

$$v_{кр} = v_{1к} \sqrt{M_L r_0 / M_0 R} = 0,36 \text{ км/с.}$$

Но постоит, это втрое меньше нашей скорости. А параболическая лишь в $\sqrt{2}$ раз больше круговой. Значит, мы опять не попадем на Луну! Только-только пересев в ее сферу притяжения, мы тут же начнем от нее уходить на бесконечность! Надо срочно тормозить.

52. Поскольку мы находимся на расстоянии, в 48 с лишним раз превышающем радиус Луны, а нас устраивает только орбита, касающаяся поверхности Луны, большая ось должна быть чуть больше R . Примем ее в качестве первого приближения равной R . Круговая скорость определяет кинетическую энергию на круговой орбите. Кинетическая энергия единичной массы будет $v_{кр}^2/2$, а потенциальная равна $-v_{кр}^2$. Тогда полная энергия будет $-v_{кр}^2/2$.

Нам необходима полная энергия вдвое ббльшая, причем изменять мы можем только кинетическую энергию. Запишем

соотношение в общем случае, для произвольного изменения полной энергии, например для увеличения в n раз большой оси по сравнению с круговой орбитой: $(v_{кр}^2/2 - v_n^2)n = v_n^2/2 - v_{кр}^2$. Тогда для нашего приближения ($n=1/2$) немедленно получаем $v_n^2 = v_{кр}^2(2 - 1/n) = 0$!

Так ли уж это неожиданно? Чем меньше скорость, тем ближе перигентр будет смещаться к центру притяжения. В пределе — при нулевой скорости — эти точки совпадут, т. е. орбита вырождается в отрезок прямой, соединяющей точку, где тело «замерло» в неподвижности, и центр притяжения. Этот результат нам еще пригодится.

А чтобы, наконец, сесть на Луну, надо снизить скорость до 0,07 км/с.

53. В первом приближении орбита Марса в $N=1,5$ раза больше орбиты Земли. После выхода из поля тяготения Земли ракета по условию неподвижна относительно Земли. Относительно Солнца, в чьем поле ракета теперь должна лететь, она имеет круговую скорость 29,8 км/с. Теперь надо перейти на орбиту с $n = (N+1)/2$. Дополнительная скорость — 2,84 км/с.

Однако вспомним, что орбита Марса заметно отличается от окружности. Минимальное расстояние до Марса — в великом противостоянии — всего 56 млн км. И если мы прицелимся в перигелий Марса, то понадобится только 2,26 км/с дополнительной скорости.

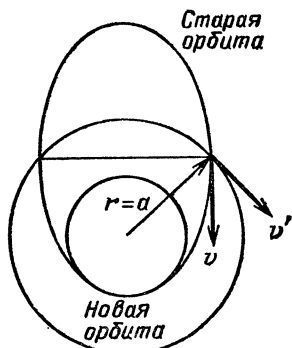


Рис. 27

54. В момент изменения направления скорости энергия ракеты не меняется. Значит, не должна измениться большая ось орбиты, т. е. радиус такой круговой орбиты равен большой полуоси начальной орбиты, в нашем случае — около 43 тыс. км.

Подчеркнем, что изменение скорости будет значительным.

Скорость — вектор. Посмотрим на рис. 27. Очевидно, что менять скорость придется в конце малой оси. Для достаточно вытянутой траектории — эллипса с большим эксцентриситетом — скорость надо повернуть почти на 90° . Если ракета падает из неподвижного состояния, то угол, конечно, в точности прямой. Изменение скорости тогда в $\sqrt{2}$ раз больше самой скорости в этой точке.

55. Круговая скорость у поверхности Луны $v_0=1,68$ км/с. На удвоенном расстоянии от поверхности круговая скорость в

$\sqrt{2}$ раз меньше: $v_1 = 1,19$ км/с, а параболическая (в $\sqrt{2}$ раз больше круговой) как раз равна v_0 . Значит, нам надо набрать скорость $V = 0,49$ км/с.

Пересядем в систему «корабль». Перед началом маневра в этой системе корабль по определению неподвижен. После срабатывания двигателя масса корабля изменяется на величину $m = M_0 - M$. Газы массы m вылетают со скоростью $u = 4$ км/с (как мы договорились раньше), а «остаток» должен иметь скорость V . Значит, $um = V(M - m)$, откуда $m = MV/(u + V)$. В нашем случае масса израсходованного топлива составит 10,9 % массы корабля.

56. Мы уже неоднократно переходили с орбиты на орбиту. Поэтому приведем только числовые результаты для проверки. Необходимая скорость — 1,61 км/с, изменение скорости — 0,42 км/с, расход топлива — 9,5 %.

Заметим, что минимальная скорость, при которой можно достигнуть места пересадки, определяется законом сохранения энергии и равна 1,60 км/с. Но в этом случае она должна быть направлена по радиусу точно от центра Луны, чтобы момент импульса был равен нулю. Тогда на максимальном удалении от Луны скорость может обратиться в нуль. Но вектор изменения скорости при этом получается вычитанием двух взаимно перпендикулярных скоростей (рис. 28), а его модуль равен 2 км/с. Расход топлива оказывается больше того, который необходим для ухода на бесконечность.

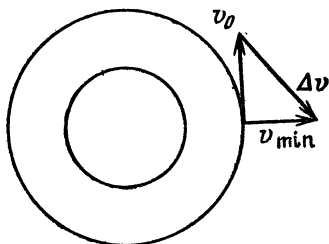


Рис. 28

57. Теперь можно все сравнивать с приземной орбитой. Расстояние (от Земли) равно $54,3 r_0$, скорость — $v = 0,87$ км/с. Находим, что большая ось орбиты будет равна $80,8 r_0$, а нам нужно иметь $55,3 r_0$. Расчет дает, что при переходе с орбиты на орбиту сразу в точке пересадки надо израсходовать массу топлива, равную 14,3 % имеющейся массы корабля, т. е. 12,9 % той массы, что корабль имел на окололунной орбите. Всего, значит, топливо должно было составлять 22,4 % массы корабля.

Остается одно сомнение: почему мы поспешили перейти на посадочную орбиту? Может быть, стоило это сделать, например, в перигее орбиты, на которую мы попали? Ведь в перигее легче изменить энергию. Но нам понадобятся разные изменения энергии!

В общем случае сравнивать переход на посадочную орбиту в перигее и апогее утомительно. Рассмотрим предельный слу-

чай. Пусть корабль движется по очень вытянутой орбите. Тогда в перигее его скорость мало отличается от параболической для этого расстояния. Нам надо попасть на орбиту, ось которой меньше расстояния до Земли, т. е. скорость должна стать меньше круговой для этого же расстояния. Значит, изменение скорости должно составить, как минимум, примерно $\sqrt{2}-1 \approx 0,4$ круговой (опять же, конечно, для перигейного расстояния). А на большом расстоянии сама скорость гораздо меньше перигейной, уменьшать же ее до нуля не придется. Ясно, что при этом топлива потребуется совсем немного. При любых конкретных параметрах орбиты расчет подтвердит этот вывод.

58. Скорость кометы Галлея вблизи орбиты Земли примерно равна параболической, т. е. 42,1 км/с. Можно ее вычислить точнее (вспомним задачи 31 и 33), но вряд ли это стоит делать, так как мы довольно приблизительно описываем встречу «Веги» с кометой.

Как эта скорость направлена? Тут нам поможет второй закон Кеплера. Посмотрим на рис. 29. Если в перигелии заметаемая радиусом-вектором площадь определяется всей скоростью кометы v_k , то в точке встречи — только составляющей v_{\perp} . Скорость в перигелии мы знаем — это округленно

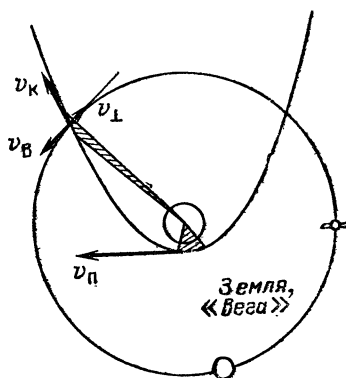


Рис. 29

55 км/с. В точке встречи $v_k = 42$ км/с. Второй закон Кеплера дает возможность вычислить $\cos \varphi = r_{\perp} v_{\perp} / R_0 v_k = 0,77$. По теореме косинусов (не забудем, что угол $\pi - \varphi$ между v_k и v_{\perp} тупой) получаем относительную скорость «Веги» и кометы — 68 км/с. В действительности она была еще больше — около 78 км/с.

59. Конечная масса должна составлять одну двадцатичетырехмиллионную долю начальной! Следовательно, чтобы развернуть в погоню за кометой 1 грамм «Веги» (корпус аппарата, защита, приборы и т. п.), необходимо израсходовать 24 тонны топлива!

60. Оторвавшись от Земли, корабль должен иметь небольшую скорость относительно Солнца. Мы почти не ошибемся, если примем, что скорость относительно Земли равна 29,8 км/с. Тогда получим, что $v_{4к} = 31,8$ км/с. Согласно формуле Циолковского на полезную нагрузку (плюс корпус, баки и т. д.) придется меньше 0,04 % стартовой массы. В ракете, уже вылетевшей из сферы притяжения Земли с нулевой скоростью (и со скоростью 29,8 км/с относительно Солнца), на полезную нагрузку придется побольше — почти 0,06 %. Не густо...

61. Мы движемся по круговой орбите с длиной оси $2R_0$, а хотим попасть на орбиту с длиной оси $6,2R_0$, поскольку от Солнца до Юпитера 5,2 а. е. Такие расчеты мы уже проводили. Нужна прибавка скорости 8,8 км/с. Следовательно, 88,9 % стартовой массы должно составлять горючее.

62. Ответ однозначен — 5,65 км/с. Действительно, все планеты обращаются вокруг Солнца в одном направлении, поэтому геометрия нашего полета такая, как на рис. 30. Скорость

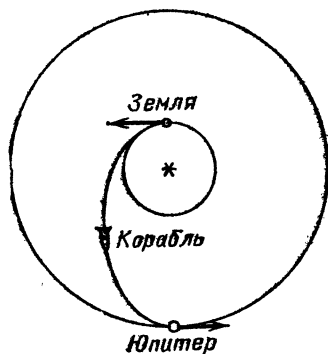


Рис. 30

Юпитера — 13,07 км/с — найдем с помощью третьего закона Кеплера, скорость корабля — 7,42 км/с — дает второй закон Кеплера.

63. Максимум скорости мы можем получить при сонаправленных скоростях корабля и Юпитера — это 18,67 км/с. А параболическая скорость корабля в $\sqrt{2}$ раз больше скорости Юпитера — 18,48 км/с! Топлива не надо.

64. Скорость кометы вблизи Юпитера (параболическая) равна 18,48 км/с. Она перпендикулярна скорости Юпитера, значит их относительная скорость составит 22,64 км/с. С этой же скоростью относительно Юпитера комета уйдет из его сферы притяжения. Но если комета развернется так, что скорости вычтутся, то относительно Солнца ее скорость станет всего 9,57 км/с. Это и есть скорость в афелии. Привычный уже нам расчет дает расстояние в перигелии 2,18 а. е.

65. Из третьего закона Кеплера получаем большую полуось орбиты; она равна $8,78 \cdot 10^4$ а. е. Затем методом, описанным в решении задачи 35, находим минимальное и максимальное расстояние до Солнца — соответственно $1,56 \cdot 10^4$ и $1,60 \cdot 10^5$ а. е.

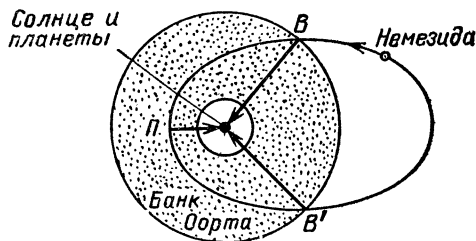


Рис. 31

66. Первыми сдвинутся с места кометы в точке B (рис. 31). Расстояние OB по главному свойству эллипса равно большой полуоси орбиты Немезиды. Для кометы, падающей на Солнце без заметной начальной скорости из точки B , — это большая ось орбиты. Нетрудно подсчитать, что кометы из точки B попадут на Солнце через 4,6 млн лет (полпериода) после начала движения, т. е. после прохождения Немезидой точки B (назовем этот момент началом эры Немезиды — э. Н.). Кометы из точки B' , естественно, запоздают на время пребывания Немезиды в банке, т. е. они придут в 10,8 млн году э. Н.

Но в 3,1 млн году э. Н. Немезида будет в перигелии — всего в $1,56 \cdot 10^4$ а. е. от Солнца, откуда кометам всего 0,35 млн лет лёту до Солнца. И эти кометы «откроют душ» в 3,45 млн году э. Н., т. е. на 1,15 млн лет раньше, чем кометы, прилетевшие из точки B . В таком случае кометный «душ» продолжался бы 7,35 млн лет.

67. Пересядем в систему отсчета, связанную с Солнцем (рис. 32). К Солнцу из бесконечности летят частицы со скоростью $v_{пек} = 20$ км/с. Какие из них врежутся в Солнце, какие пролетят мимо? Запишем для перигелия выражения энергии и момента импульса и приравняем их соответственно значениям при бесконечном удалении от Солнца. Плечо импульса — расстояние

a — обычно называется прицельным параметром. Вычислим значение прицельного параметра, при котором перигелий стоит от Солнца на расстоянии r_{\odot} . Все частицы внутри цилиндра

радиуса a_0 попадут на Солнце. Получаем

$$a_0 = r_{\odot} \sqrt{1 + 2g_{\odot} r_{\odot} / v_{\text{пек}}^2} = 1,52 \cdot 10^{10} \text{ м};$$

$$m = \rho \pi a_0^2 H \approx 7 \cdot 10^{18} \text{ кг} \approx 3,5 \cdot 10^{-12} M_{\odot}.$$

Мы не подумали, что частицы могут притормозить Солнце, но ответ нас успокаивает на этот счет.

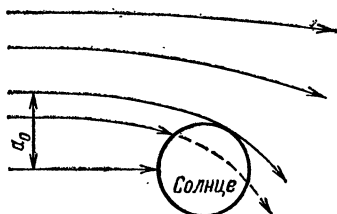


Рис. 32

68. Частица, находящаяся на расстоянии r от центра, начинает падение на центр в поле тяготения «внутренней» массы $m_r = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$. Предположим, что она все время падает, не обгоняя внутренние частицы и не отставая от внешних. Тогда время ее падения — полупериод кеплеровой орбиты с осью r в поле тела массы m_r — равен

$$\tau = \sqrt{3\pi/32\rho G} \approx 2 \cdot 10^5 \text{ лет}.$$

Как видим, r выпало из ответа, все частицы придут одновременно, так что наша модель, по-видимому, правильна. Так как плотность звезды гораздо больше плотности глобулы, а радиус соответственно меньше, разумным кажется и выбор полупериода в качестве времени падения.

Конечно, со временем частицы начнут сталкиваться, нагреваться, возникнут другие силы, помимо гравитационных. И все же оценка остается разумной, так как увеличение плотности всего на один порядок величины занимает более 80 % всего времени. Кстати, читатель может сам оценить эту величину, применив решение задачи 35 или 65 к эллипсу, выродившемуся в отрезок прямой (фокусы такого эллипса — на концах отрезка).

69. Звезды обращаются вокруг общего центра масс (рис. 33). Ясно, что скорость напарницы $V/10 = 40$ км/с. Полная кинетическая энергия системы $11M_{\odot} V^2/20$. Потенциальная энергия,

равная $-GM_{\odot} \cdot 10M_{\odot}/R$, как мы помним, по модулю должна быть в 2 раза больше кинетической. Из этих соображений получаем $R=7,5 \cdot 10^9$ м = 7,5 млн км.

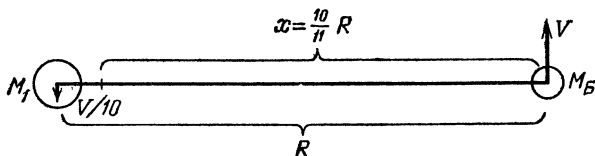


Рис. 33

70. Пересядем в систему центра масс. Звезда Барнарда движется со скоростью 400 км/с, остаток — со скоростью 40 км/с в противоположную сторону. Скорость центра масс $v_{ц.м.} = 180$ км/с, скорости звезд в системе центра масс $V_{ц.м.}$ — по 220 км/с. Из закона сохранения энергии $2M_{\odot} V_{ц.м.}^2/2 - GM_{\odot}^2/R = 2M_{\odot} V_{\infty}^2/2$ найдем, что при бесконечном удалении скорости звезд (относительно центра масс) $V_{\infty} = 175$ км/с. Абсолютные скорости звезд равны соответственно 355 и 5 км/с.

71. Пусть k — отношение массы остатка к массе Солнца (и спокойной звезды). Тогда скорость центра масс

$$v_{ц.м.} = V \frac{1 - 0,1k}{1 + 0,1k},$$

а скорости спокойной звезды и остатка равны соответственно $V \frac{11k}{10(1+k)}$ и $V \frac{11}{10(1+k)}$. Для того чтобы пара распалась, полная энергия должна быть равна нулю (или больше

нуля): $\frac{M_{\odot} V^2}{2} \cdot \frac{121k(k+1)}{100(1+k)^2} = \frac{GkM_{\odot}^2}{R}$. Решая это уравнение, получаем $k=4,5$ или $k=-1$. В первом случае пекулярные скорости звезд (они, конечно, равны скорости центра масс) получаются по 40 км/с. Эффект пращи не сработал. Обратим внимание на то, что невыразительная цифра 4,5 скрывает замечательное по своей простоте соотношение: система распадается при потере половины суммарной массы. Действительно, до взрыва масса системы составляла $11M_{\odot}$, а после взрыва остается $5,5M_{\odot}$.

Второй случай лишен физического смысла. Может показаться, что ему соответствует некая модель, хотя и весьма экзотическая. Предположим, что в результате взрыва из массы $10M_{\odot}$ получилось $11M_{\odot}$ вещества и M_{\odot} антивещества. Конечно, никакого запаса энергии не хватает, но фантазировать так фан-

тазировать. Но нет, и эта модель не проходит. Насчет гравитационного взаимодействия вещества с антивеществом ученые еще спорят; если право большинство, то вещество и антивещество должны притягиваться друг к другу, а мы при отрицательном значении одной из масс получим положительную потенциальную энергию, что соответствует отталкиванию. И уж наверняка кинетическая энергия «антизвезды» должна быть положительной величиной. Хотя речь идет об «антизвезде», все равно, чтобы ее разогнать, надо поработать.

Вообще, взрывы звезд — не такая уж редкость. Но такие, какие рассчитывали мы в предыдущей задаче, — от звезды массы $10M_{\odot}$ остается всего лишь M_{\odot} или чуть больше, происходят в нашей Галактике один-два раза в тысячелетие. Один из таких взрывов сверхновой наблюдал и подробно описал Тихо Браге в 1572 году. Открытие сыграло дважды положительную роль в астрономии. Во-первых, как доказал Браге, Новая вспыхнула на сфере неподвижных звезд. Значит и там, вопреки Аристотелю, может что-то меняться. Во-вторых, публикация Браге своих наблюдений резко подняла его авторитет, что немало способствовало получению кредитов у императора на постройку знаменитого Ураниборга.

Надо сказать, что китайцы и здесь опередили европейцев. Их астрономы подробно описали вспышку Сверхновой 1054 года — на этом месте сейчас видна знаменитая Крабовидная туманность. Кстати, как же все-таки правильно — новые или сверхновые? Астрономы употребляют приставку «сверх», имея в виду, что эти звезды новее. В данном случае смысл приставки — еще большее изменение блеска, чем у «обычных» новых. С интересующей нас точки зрения отличия таковы: при взрыве новой улетает 0,001 % ее массы со скоростью порядка 100 км/с; у сверхновой — значительная часть массы (десятая, половина, девять десятых — как повезет) разлетается со скоростью больше 1000 км/с. Так что звезда Барнарда, если мы угадали причину ее высокой скорости, разогналась при взрыве сверхновой.

72. На парус действует сила светового давления $F_0 = 10^5 \text{ Па} \cdot 5 \cdot 10^6 \text{ м}^2 = 50 \text{ Н}$. «Диана» движется в поле тяготения Солнца по орбите Земли. Следовательно, на нее, как и на Землю, действует сила притяжения $f_0 = v_0^2/R_0 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$ в расчете на единицу массы ($6 \cdot 10^{-3} \text{ Н/кг}$). Если масса корабля равна $m_0 = F_0/f_0 = 8,33 \text{ т}$, силы уравниваются и яхта будет двигаться по прямой. Более 6 т может хватить на корабль и снасти. Как же все-таки узнать максимально допустимую массу?

Очень важно заметить, что обе силы — гравитационная и сила светового давления — убывают с изменением расстояния

от Солнца по одному закону: $f=f_0R_0^2/R^2$, $F=F_0R_0^2/R^2$. Ситуация такова, как будто происходит движение в поле тяготения тела, масса которого меньше массы Солнца. Можно ввести эффективную массу Солнца $M_{\text{эфф}}=M_{\odot}-F_0R_0^2/Gm$ и рассчитывать движение яхты в «исправленном» поле тяготения.

В общем случае так и надо поступать. Нашу конкретную задачу мы попробуем решить несколько иначе. Во-первых, тело, движущееся по орбите Земли в поле «нормального» Солнца, имеет кинетическую энергию $mv_0^2/2=mf_0R_0/2$. Потенциальная энергия такого тела, как мы знаем, $U=-mf_0R_0$. Полю сил светового давления может быть поставлена в соответствие потенциальная энергия $U'=+F_0R_0^2/R$ — это нетрудно понять, сравнивая выражения для гравитационной силы и силы светового давления. Для ухода на бесконечность нужна нулевая полная энергия. Получаем $m_1=2m_0=16,66$ т. Вполне приличная масса — больше 14,5 т, если не считать парусов.

73. Понятно, почему задано такое нелепое значение для массы, — это просто $2m_1=4m_0$. Теперь нетрудно составить баланс энергий. Надо сравнить энергию «Дианы» с энергией тела той же массы в поле одних сил тяготения и, используя связь полных энергий с осями орбит, определить афелий яхты, который равен $3R_0$ (3 а. е.).

74. Пусть одна порция горючего сообщает кораблю скорость v . После сжигания двух порций у корабля (на единицу массы) будет кинетическая энергия $2v^2$. Так как он при этом оказывается на круговой орбите, его потенциальная энергия будет $-4v^2$, а полная — $(-2v^2)$. При сжигании одной порции горючего он получает кинетическую энергию $v^2/2$, а потенциальная энергия остается прежней. Итого получается $-7v^2/2$. Нетрудно подсчитать, что корабль находился на расстоянии 7 радиусов звезды от ее центра (точка касания — периастр орбиты, так как по условию одной порции хватило в обрез).

75. Очевидно, надо найти точку орбиты, в которой после сжигания второй порции горючего полная энергия корабля становится равной нулю. Может быть, эту задачу судорожно решал командор? Вряд ли, на это оставалось время после первого маневра. Пусть второй пуск двигателя можно осуществить на расстоянии xR от центра звезды. Если на расстоянии $7R$ потенциальная энергия равна $-4v^2$, то в точке x она равна $-56v^2/x$. Такой же по модулю, но положительной должна быть кинетическая энергия. К точке старта корабль подлетает с полной энергией $-7v^2/2$; выражение для потенциальной энергии в этой точке мы уже записали. Можно найти выражение для скорости, с которой

корабль подлетает к старту. А еще он может увеличить ее на v . Получим уравнение

$$\frac{56}{x}v^2 = v^2 \left[\sqrt{7 \left(\frac{8}{x} - 1 \right)} + 1 \right]^2.$$

Отсюда $x=3,5$. Таким образом, вторую порцию можно было пускать в ход уже на расстоянии, большем 3,5 радиуса звезды от ее центра, т. е. 2,5 радиуса от поверхности.

76. Расчет приводит к трансцендентному уравнению, а в этот раз времени у командора было в обрез, как и горючего.

Допустим, на первом этапе израсходована доля топлива k , т. е. скорость корабля была kv ; v , как мы помним, — скорость на круговой орбите радиуса n (радиус звезды примем за единицу). Полная энергия получается $k^2v^2/2 - v^2$, а для круговой орбиты с длиной оси, равной $2n$, энергия будет $-v^2/2$. Большая ось орбиты, следовательно, равна $2n/(2-k^2)$. По условию эта величина есть $n+1$. С другой стороны, скорость в периастре, равная, очевидно, kvn , должна на $(1-k)v$ отличаться от параболической скорости $v\sqrt{2n}$. Исключая одну из неизвестных величин, приходим к трансцендентному уравнению относительно другой, например: $2+k-2k^2 = \sqrt{2(2-k^2)}$.

Здесь, конечно, нетрудно освободиться от иррациональности. Но тогда мы приходим к полному кубическому уравнению.

Получается, что корабль был на расстоянии 3,3 радиуса звезды от ее центра; расходуя 0,682 имеющегося топлива, он как раз попадал на орбиту с периастром на поверхности звезды. А там оставшихся 31,8 % топлива достаточно для перехода на параболическую орбиту. Вот это и считал командор.

77. Перед сближением потенциальная энергия отсеков $U = -GMm \left(\frac{1}{R+l} + \frac{1}{R-l} \right)$. После сближения, если оба отсека оказываются на расстоянии R от центра Земли, получается $U_1 = -2GMm/R$. Разность энергий

$$U_1 - U = \frac{2GMm}{R^3} \cdot \frac{l^2}{1 - (l/R)^2}.$$

Пренебрегая отличием знаменателя от единицы, для относительного изменения потенциальной энергии получаем

$$|(U_1 - U)/U| \approx (l/R)^2.$$

Оценим эквивалентное изменение расстояния от Земли: $|\Delta U/U| \approx |\Delta R/R|$. Следовательно, $\Delta R \approx l \cdot \frac{l}{R}$ действительно гораздо меньше l .

К сожалению, прирост полной энергии оказывается еще гораздо меньшим. Дело в том, что, раз возрос радиус, в силу

закон сохранения момента количества движения должна уменьшиться скорость, т. е. кинетическая энергия. Прирост потенциальной энергии и уменьшение кинетической почти равны. Несколько более подробный анализ показывает, что полная энергия все же возрастает. Качественно это понятно: работа против силы тяжести (она совершается над ближним отсеком) больше работы силы тяжести (над дальним отсеком), — сила больше.

Однако количественно эффект очень мал — относительное изменение полной энергии порядка $(l/R)^4$. Все же энергия растет, а значит, если времени достаточно, можно, сдвигая и раздвигая в подходящие моменты времени отсеки, потихоньку уползти от планеты. Ясно, что раздвигать отсеки желательно тогда, когда спутник ориентирован вдоль орбиты: тогда работа против силы тяжести равна нулю.

При таком маневрировании, вернее, при расчете его эффективности, возникает масса осложнений. Мы вынуждены учитывать различие в силах, действующих на отсеки, — на этом основан гравилетный способ полета. Но это означает, что возникает момент сил тяжести, спутник приходит во вращение... Поэтому не будем углубляться.

78. Чтобы «законопатить» дырку в Земле, надо добавить шар плотности $\rho - \rho_0 = \rho_{\text{эфф}}$. Значит, силу притяжения при наличии полости можно рассматривать как сумму силы притяжения сплошной Земли и силы отталкивания — в действительности нехватку силы притяжения. Можно то же самое сказать другими словами: добавим шар радиуса r с плотностью, равной разности плотностей породы и воды, но припишем этой плотности отрицательное значение. Тогда потенциал в нижней точке впадины запишется следующим образом: $-GM/(r_0 - h) + G \times \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{эфф}}/(r + H)$. Полость гораздо меньше Земли в целом, ее влияние вдалеке ничтожно мало. Запишем потенциал там, где влиянием полости можно пренебречь: $-GM/r_0$. Обе точки находятся на поверхности океана. Приравнявая их потенциалы, получаем $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{эфф}}/(r + H) = Mh/r_0(r_0 - h) \approx Mh/r_0^2$. Если предположить, что радиус полости настолько велик, что в знаменателе левой части H можно пренебречь, получаем 21 км. Более точное значение — 23,6 км.

79. Весь момент количества движения переходит к Луне. Величина $m_{\text{л}} v_{\text{л}} R_{\text{л}}$ должна возрасти на 20 %. Но закон Кеплера требует постоянства $v_{\text{л}}^2 R_{\text{л}}$. Получаем новое расстояние до Луны $R'_{\text{л}} = R_{\text{л}} \cdot 1,2^2 = 553$ тыс. км. Новый месяц $T^{\text{л}} = T_0^{\text{л}} \cdot 1,2^3 = 47,2$ сут.

80. Сила, действующая на спутник, мала. А что, собственно говоря, это значит? По сравнению с чем мала? Ну, видимо,

по сравнению с силой притяжения к Земле — это, так сказать, главная сила. Например, в качестве первого приближения вычислим, какую работу совершит сила трения, если считать орбиту неизменной. Полньютон на 40 с небольшим тысяч километров — около 20 МДж. А кинетическая энергия корабля массы 10 т при скорости почти 8 км/с — около 300 тыс. МДж. Но кинетическая энергия не может уменьшиться, даже на тысячные доли процента, без изменения орбиты. А какая орбита подходит для нового значения энергии?

Предположим, что орбита осталась круговой, а полная энергия по модулю равна кинетической. Значит, если изменение энергии (потери на трение) составляет за оборот 0,0066 % начальной кинетической, то такую же долю оно составляет от полной энергии. Итак, полная энергия уменьшилась, а модуль ее возрос на 0,0066 %. За сутки такой спутник совершит чуть больше 16 оборотов. Энергия, а значит и полуось орбиты, изменится примерно на десятую долю процента. Спутник потеряет около 7 километров высоты. А скорость, кинетическая энергия? Они, конечно, увеличатся — на более низкой орбите скорость больше! Этот разгон с помощью тормозящей силы и называют парадоксом спутников.

С энергетической точки зрения тут все вроде бы ясно. Но интересно все же проследить, как сила, направленная против скорости (!), увеличивает скорость.

Предположим, летит себе спокойно спутник без сопротивления, а в какой-то момент «включают» тормозящую силу. Тогда

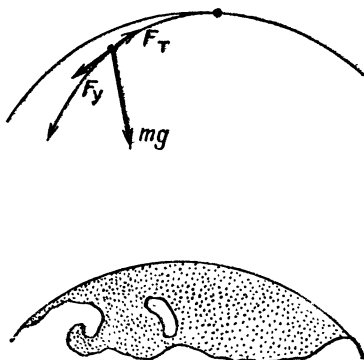


Рис. 34

спутник, потеряв немного кинетической энергии, перейдет на эллиптическую орбиту с апогеем в точке включения силы. Скорость перестает быть перпендикулярной силе тяжести (рис.34),

возникает составляющая силы тяжести, ускоряющая спутник. И эта составляющая оказывается больше тормозящей силы. Скорость растет.

81. Рассмотрим для примера ближайшую к Юпитеру глыбу (рис. 35). Распад роя означает, что расстояние между этой глыбой и центром роя возрастает.

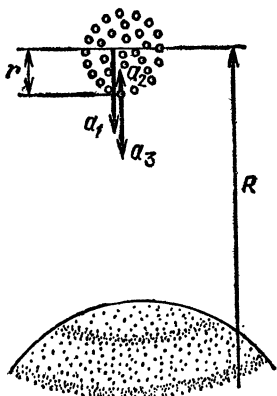


Рис. 35

Рой как целое падает на Юпитер с ускорением, которое ему сообщает сила притяжения Юпитера: $a_1 = GM_{\text{Ю}}/R^2$. В то же время рой сообщает глыбе ускорение $a_2 = Gm_p/r^2$, а Юпитер — $a_3 = GM_{\text{Ю}}/(R-r)^2$.

Если $a_3 - a_2 > a_1$, рой начинает распадаться. Полагая $R \gg r$, получим $2rM_{\text{Ю}}/R^3 \geq m_p/r^2$; $R \leq r \sqrt[3]{2M_{\text{Ю}}/M_p} = 1,26$ млн км. Читатель без особого труда докажет (легко показать), что то же самое условие получится для любой глыбы на прямой центр Юпитера — центр роя.

82. Надо вычислить радиус звезды, у которой при плотности Солнца скорость убегания равна скорости света. Получаем 485 радиусов Солнца, у Мичелла — 500. Не менее интересен вопрос, при каком радиусе звезда с массой Солнца стала бы черной дырой; оказывается, 3 км. Эту величину — в соответствии с ОТО — вычислил Шварцшильд и получил $r_{\text{Ш}} = 2GM/c^2$ — в точности по Мичеллу. Опубликовал этот результат Лаплас, первым получил Мичелл, а радиус Шварцшильда ...

83. Заранее положим, что частота изменится мало. Во-первых, радиус Солнца гораздо больше, чем расчетный радиус Шварцшильда, а во-вторых, в правомерности этого предположения нас уверит ответ. Запишем, что изменение энергии

«тела» массы $h\nu/c^2$ при удалении с поверхности Солнца на бесконечность равно $h\Delta\nu$. С точки зрения СТО закон всемирного тяготения не изменился. Получаем относительное изменение частоты $\Delta\nu/\nu = GM_{\odot}/r_{\odot}c^2 = g_{\odot}r_{\odot}/c^2 = 2,13 \cdot 10^{-6}$. Обратим внимание, что в ответе получилась безразмерная величина.

84. Работа по удалению массы $h\nu/c^2$ на небольшое расстояние ΔR совершается за счет убыли энергии кванта — $h\Delta\nu$. Приходим к соотношению, сходному с тем, которое привело нас к формуле Циолковского: $\Delta\nu/\nu = -(GM/R^2c^2)\Delta R$. Читателю, не знакомому с интегрированием, придется поверить на слово, что для звезды радиуса r отношение начальной и конечной частот, как в формуле Циолковского, зависит по экспоненциальному закону от знакомой нам безразмерной комбинации: $\nu_0/\nu = e^{GM/rc^2}$. В нуль частота обратится только при нулевом радиусе.

85. Луч отклоняется ничтожно мало. Пренебрежем тем, что скорость света не меняется, и посчитаем, какой импульс получит фотон в поперечном направлении, как будто продольный импульс не изменился (рис. 36). Но сначала обратим внимание на то обстоятельство, что угол — величина безразмерная. С такой величиной, по-видимому, имеющей отношение к нашей задаче, мы только что встречались — это GM/rc^2 . Для Солнца $GM_{\odot}/r_{\odot}c^2 = 2,13 \cdot 10^{-6}$. Трудно поверить, что эта цифра не имеет отношения к ответу.

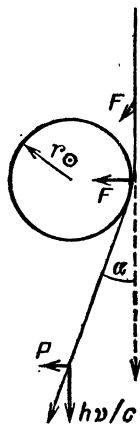


Рис. 36

Максимальное значение силы $-(h\nu/c^2)(GM_{\odot}/r_{\odot}^2)$. Но уже при удалении от ближайшей к центру Солнца точки на расстоянии r_{\odot} сила убывает в 2 раза, а поперечная составляющая — почти в 3 раза. Много ли наберется на еще больших расстояниях? Так что примерно на пути $2r_{\odot}$ действует сила, мало отличающаяся от максимальной, а потом — быстро убывающая. Время действия максимальной силы — $2r_{\odot}/c$. Значит, нашу оценку разумно удвоить.

ОТО дает $4GM_{\odot}/r_{\odot}c^2 \approx 8,5 \cdot 10^{-6}$ радиана ($1,75''$).

86. Мы знаем два факта: то, что отклонение луча света Солнцем составляет $1,75''$, и то, что это отклонение пропорционально отношению M/R . Не забудем, что искомый угол А — Земля — В вдвое меньше угла отклонения луча А — Галактика — В. В результате получаем $5,8''$.

87. Опустим перпендикуляр ГД из Г на АЗ (рис. 37; обозначения на рисунке достаточно очевидны: З — Земля, Г — галактика, создающая эффект гравитационной линзы, А — квазар). За-

паздывание определяется разницей путей: $(АГ + ГЗ) - (АД + ДЗ) = \epsilon \tau$, где ϵ — скорость света. Нетрудно найти $ГЗ - ДЗ = \Delta l = l - l \cos \alpha = l(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}) \approx l(1 - \sqrt{1 - \alpha^2}) \approx l\alpha^2/2 = 4,5 \cdot 10^{-3}$ св. лет $= 1,42 \cdot 10^5$ св. с. Теперь можно вычислить $АГ -$

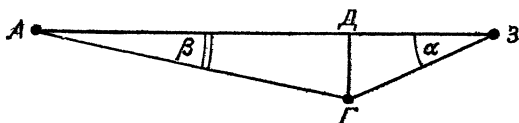


Рис. 37

$-АД = \Delta x = \epsilon \tau - \Delta l = 3,1 \cdot 10^4$ св. с. С другой стороны, можно по аналогии с Δl написать $\Delta x = x\beta^2/2$. Наконец (учтем малость углов), $ГД = h = l\alpha = x\beta$. Комбинируя это соотношение с выражениями для Δl и Δx , получим $l\Delta l = x\Delta x = h^2/2$. Следовательно, $x = l\Delta l/\Delta x = 4,58 \cdot 10^9$ св. лет. Расстояние $АЗ = АД + ДЗ \approx АГ + ГЗ = 5,58 \cdot 10^9$ св. лет.

СТАНДАРТНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ, СООТНОШЕНИЯ

a — большая полуось эллипса	T — период обращения тела по орбите
b — малая полуось эллипса	K — кинетическая энергия
c — скорость света	U — потенциальная энергия
g — ускорение силы тяжести	E — полная энергия (сумма кинетической и потенциальной)
G — гравитационная постоянная	ν — частота
r — радиус тела	
R — радиус орбиты	

Третий закон Кеплера

$$(a_1/a_2)^3 = (T_1/T_2)^3$$

Закон всемирного тяготения

$$F = GmM/R^2$$

Потенциальная энергия в гравитационном поле

$$U = -GmM/R$$

Связь большой полуоси орбиты с полной энергией

$$2a = -GM/E$$

Первая космическая (круговая) скорость

$$v_{1к} = \sqrt{GM/R} = \sqrt{gR}$$

Вторая космическая скорость (параболическая скорость, скорость убегания)

$$v_{2к} = \sqrt{2GM/R} = \sqrt{2gR}$$

Формула Циолковского

$$m_0/m = e^{v/u}$$

Энергия кванта

$$E = h\nu$$

Площадь эллипса

$$S = \pi ab$$

СПРАВКИ

Гравитационная постоянная $G=6,6 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$

Скорость света $c=300\,000 \text{ км/с}=3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

Радиус Земли $r_0=6370 \text{ км}$

Ускорение силы тяжести на поверхности Земли $g_0=9,81 \text{ м/с}^2$

Радиус орбиты Земли $R_0=149,6 \text{ млн км} \approx 1,5 \cdot 10^8 \text{ км}=1 \text{ а. е.}$

Световой год $1 \text{ св. год}=6,33 \text{ а. е.}=9,46 \cdot 10^{12} \text{ км} \approx 10^{13} \text{ км}$

Парсек $1 \text{ пк}=2,06 \cdot 10^5 \text{ а. е.} \approx 2 \cdot 10^5 \text{ а. е.}=3 \cdot 10^{13} \text{ км}$

Год $1 \text{ год}=365,25 \text{ сут}=3,156 \cdot 10^7 \text{ с} \approx 3 \cdot 10^7 \text{ с}$

Радиус Солнца $r_{\odot}=6,96 \cdot 10^5 \text{ км}$

Радиус Луны $r_{\text{л}}=1738 \text{ км}$

Радиус орбиты Луны $R_{\text{л}}=384\,400 \text{ км} \approx 60 r_0$

Постоянная Планка $\hbar=6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$

СЛОВАРИК
(не совсем полный
и совсем не глубокий)

- АДАМС Джон Кауч** (1819—1892) — нашел Нептун раньше Леверье, но его никто не проверил.
- АРИСТАРХ САМОССКИЙ**: (320—250 до н. э.) — «Коперник древнего мира» (так его назвал Энгельс). Первый сдвинул Землю. Но ему никто не поверил.
- АРИСТОТЕЛЬ** (382—322 до н. э.) — знал все. К сожалению, церковь верила в это слишком долго.
- АРМСТРОНГ Нил** (р. 1930) и **ОЛДРИН Эдвин** (р. тоже 1930) — первые люди на Луне.
- АРХИМЕД** (287—212 до н. э.) — величайший инженер древности: обнаружил обман в известной истории с короной царя Гиерона; забросал камнями, а потом поджег римский флот; готовился сдвинуть Землю, но не успел найти точку опоры. Для своих инженерных надобностей изобрел правило рычага, полиспаст, закон Архимеда, начал интегрировать параболу.
- БЕССЕЛЬ Фридрих Вильгельм** (1784—1846) — одним из первых измерил параллакс — движение «неподвижных» звезд.
- БОР Нильс Хенрик Давид** (1885—1962) — в 1922 году в одной из газет появилось сообщение: «Известный футболист, игрок сборной Дании, любимец публики Нильс Бор получил Нобелевскую премию». Чуть позже выяснилось, что премию он получил по физике: переспорил Эйнштейна, а тому уже дали за прошлый год. Пришлось дать и Бору, хотя он и футболист.
- БРАГЕ Тихо** (1546—1601) — о нем в книге и так много сказано, а из чего он сделал себе искусственный нос, не ясно — из серебра или сплава CuSn,

БРУНО Джордано (1548—1600) — костром на Площади Цветов отплатила церковь этому монаху за вольнодумство. Искры от костра зажгли больше сердец, чем смогла погасить церковь.

БРЮСОВ Валерий Яковлевич (1873—1924) — поэт, уникально образованный человек, предвидел многие достижения науки. Под его стихами:

«Быть может, эти электроны —
Миры, где пять материков,
Искусства, знания, войны, троны
И память сорока веков!»

подпишется почти любой физик-теоретик, стоит лишь заменить электроны на фридмоны. Метрика пространства это позволяет.

Правда, метрика стиха пострадает.

БЭКОН Роджер (1214—1292) — монах, а главными считал две вещи: математику и опыт. Придумал микроскоп, хотя сделать его не мог. Предвестник современной научной мысли.

БЭКОН Фрэнсис (1561—1626) — в отличие от своего однофамильца не монах, а лорд-хранитель печати и канцлер. И все же главное — создатель современной научной методологии.

ВУД Роберт Уильямс (1868—1955) — по специальности оптик, но изучал все: можно ли давлением заставить лед плавиться, с какого возраста дети могут что-нибудь запомнить, как дурачат людей медиумы, во что может поверить полисмен — и все экспериментально. Последний эксперимент дал неясный результат: полисмен поверил, что высокая скорость автомобиля привела к тому, что Вуд принял красный свет за зеленый, и оштрафовал его за превышение скорости.

ВЫСОЦКИЙ Владимир Семенович (1938—1980) — вряд ли я скажу о нем что-нибудь такое, чего не знает читатель. Недавно назвали планету Владвысоцкий.

ГАЛИЛЕЙ Галилео (1564—1642) — то, о чем Ф. Бэкон говорил, Галилей стал делать.

ГАЛЛЕЙ Эдмунд (1656—1742) — открыл, что бывают периодические кометы, — это главное, но об этом достаточно сказано в книге.

ГАУСС Карл Фридрих (1777—1855) — один из крупнейших ученых всех времен, «король математиков», учи-

- тель астрономов и картографов, хотя его учили филологии.
- ГЕГЕЛЬ** Георг Вильгельм Фридрих (1770—1831) — «Гераклит современности»; создатель научной диалектики.
- ГЕРАКЛИТ** Эфесский (конец VI — начало V веков до н. э.) — «Гегель древности», первый диалектик.
- ГЕРШЕЛЬ** Фридрих Вильгельм (1738—1822) — отец первой планеты, «появившейся» на памяти людей.
- ГЁТЕ** Иоганн Вольфганг (1749—1832) — величайший немецкий писатель. В свободное от написания «Фауста» время занимался философией, оптикой, и не без успеха.
- ГИППАРХ** (180—125 до н. э.) — первый переписал звезды (первый в Европе; китаец Ши-Шэнь опередил его на полтора века), первый составил «расписание движения» планет (на 600 лет!), говорят даже, что первый увидел новую звезду.
- ГУК** Роберт (1635—1703) — каждую неделю должен был показывать членам Королевского общества что-нибудь новенькое. Так как сведения от других ученых поступали нерегулярно, вынужден был всегда иметь про запас парочку собственных открытий. Так и открыл закон Гука, клеточное строение растений и многое другое.
- ДЖОТТО ДИ БОНДОНЕ** (1267—1337) — великий художник, в частности, автор фрески «Поклонение волхвов младенцу Иисусу и комете Галлея».
- ЕВДОКС КНИДСКИЙ** (408—355 до н. э.) — придумал сферы, которыми морочили головы людям 2 тысячи лет!
- ЕВКЛИД** (Эвклид, в 300 г. до н. э. жил, а насколько раньше родился и насколько позже умер — неизвестно) — собрал все сведения по евклидовой геометрии. Имеет теорему собственного имени, но ее мало кто помнит.
- КАЛИПП** (поскольку он — ученик Евдокса, то жил примерно тогда же) — первый понял, что чем больше сфер, тем надежнее.
- КАНТ** Иммануил (1724—1804) — величайший философ. Решил познать все. В отличие от Аристотеля понял, что не сможет этого сделать, и решил, что есть вещи, которые никто не сможет познать. Ньютона очень уважал, но сделал попытку запустить планеты по орбитам без помощи необходимого Ньютону бога.

- КЕПЛЕР** Иоганн (1571—1630) — первый разглядел, что планеты движутся по эллипсам, для чего изобрел телескоп Кеплера, хотя основным материалом были результаты Тихо Браге, полученные невооруженным глазом. Единственный, кого Планн решился поставить рядом с Ньютоном и Эйнштейном.
- КЛАРК** Артур (р. 1917) — английский ученый и писатель-фантаст. Основные произведения — астрономические: упомянутые «Солнечный парус», «Лунная пыль», «Пески Марса».
- КЛАРКИ** Альван (1804—1887) и Джордж (1827—1891) — отец и сын, строители телескопов. Во время одного из сеансов «госприемки», которую осуществляли сами, открыли Сириус В.
- КЛЕРО** Алексис Клод (1713—1765) — самоотверженными (вычислительными) усилиями спас доброе имя Галлея, когда знаменитая комета, как это свойственно особам женского пола, опаздывала на свидание.
- КОПЕРНИК** Николай (1473—1543) — имя его стало нарицательным, синонимом революционера в науке; например: Эйнштейн — Коперник физики.
- ЛАНДАУ** Лев Давидович (1908—1968) — автор книги, о которой физики-теоретики говорят: «В «Ландау» все есть». Чтобы оправдать это изречение, ему пришлось придумать несколько теорий. За это ему присудили Нобелевскую премию.
- ЛЕВЕРЬЕ** Урбен Жан Жозеф (1811—1877) — теоретики говорят, что он открыл Нептун, а наблюдатели подтвердили открытие; наблюдатели уверяют, что он только предсказал открытие. Пытался открыть Вулкан, чтобы доказать безупречность теории тяготения Ньютона, но в результате открыл аномальное смещение перигелия Меркурия, которое эту теорию погубило.
- ЛЕЙБНИЦ** Готфрид Вильгельм (1646—1716) — создал, независимо от Ньютона, математический анализ, изобрел математическую логику. Не меньше сделал в философии.
- ЛЕОНАРДО ДА ВИНЧИ** (1452—1519) — больше известен как художник, больше сделал как ученый.
- ЛОВЕЛЛ** Персиваль (1855—1916) — открыл каналы на Марсе, но их потом закрыли. Предсказал существование Плутона, но его открыли только в 1930 году.

- ЛОМОНОСОВ** Михаил Васильевич (1711—1765) — «первый русский университет».
- ЛОРЕНЦ** Хендрик Антон (1853—1928) — когда, наконец, Эйнштейн объяснил, в чем смысл преобразований Лоренца, Лоренц не поверил.
- МАКСВЕЛЛ** Джеймс Кларк (1831—1879) — диск Максвелла, маятник Максвелла, диаграммы Максвелла, распределение Максвелла, трехцветная теория зрения Максвелла, но самое главное — уравнения Максвелла. А еще он доказал, что кольца Сатурна не могут быть сплошными. Хватит? А ведь это не все...
- МАО ЦЗЭДУН** (1893—1976) — один из вождей Китайской революции, а с 1966 года — «Великий Кормчий Великой Пролетарской Культурной Революции», от которой особенно пострадала культура Китая — искусство, наука, образование.
- МАРКС** Карл (1818—1883) — в общественных науках то же, что Ньютон в механике. Так же, как и Ньютон, имел немало последователей-догматиков. Поэтому неоднократно говорил, что «марксистом» себя не считает.
- МЕНДЕЛЕЕВ** Дмитрий Иванович (1834—1907) — больше всего любил мастерить чемоданы. Как-то умаялся с ними и заснул. И приснилась ему таблица Менделеева.
- НИКОЛАЙ КУЗАНСКИЙ** (по фамилии Кребс, 1401—1464) — развивал идею единства противоположностей. А так как одновременно подчеркивал, что бог везде, это все навело на мысль, что бога нет нигде.
- НЬЮТОН** Исаак (1643—1727) — гений — и «довольно! — как сказал Блейк, — или слишком много».
- ОККАМ** Уильям (1285—1349) — монах-францисканец, по профессии теолог. Должен был соединять веру и знание, а он недвусмысленно их разделил.
- ООРТ** Ян Хендрик (р. 1900) — открыл вращение Галактики, и это уже не закроют, а вот банк (сейф, пояс, облако) Оорта, может быть, и закроют.
- ПИФАГОР** Самосский (570—496 до н. э.) — Олимпийский чемпион по кулачному бою. Во время подготовки к Олимпийским играм доказал теорему Пифагора. После этого решил, что «все есть число». За все это его до сих пор уважают спортсмены, математики и мистики.

- ПЛАНК** Макс (1858—1947) — изобрел название нашей «Библиотечки» и популярного журнала. Интересно, что сам Планк больше двух десятков лет не верил в реальность придуманных им квантов.
- ПРУТКОВ** Козьма Петрович (11.04.1803—13.01.1863) — единственный гениальный (он сам это говорил, а ему виднее) писатель, про которого доподлинно известно, что его не существовало никогда, несмотря даже на то, что даты рождения и смерти засвидетельствованы вполне компетентными лицами.
- ПТОЛЕМЕЙ** Клавдий (90—160) — создал «Альмагест» — для астрономии то же, что «Начала» Евклида для геометрии, «Начала» Ньютона для механики, «Ландау» Ландау для теорфизики.
- ПУАНКАРЕ** Анри (1854—1912) — довел до блеска математический аппарат ЧТО (СТО), но не понял, что это значит.
- СУВОРОВ** Александр Васильевич (1730—1800) — из величайших полководцев мира только Александр Македонский и Александр Суворов выиграли все свои сражения. Так что имел полное право писать «Науку побеждать».
- УЛУГБЕК** Мухаммед Тарагай (1394—1449) — имя свое (Великий правитель) оправдать не успел: а то, что он великий астроном, успел доказать.
- ФАЛЕС МИЛЕТСКИЙ** (625—547 до н. э.) — первый из «семи мудрецов» Древней Греции; первый, чья теорема дошла до нашего времени, не потеряв имени автора; первый известный нам по имени предсказатель солнечного затмения; первый ...Не хватит ли?
- ФАРАДЕЙ** Майкл (1791—1867) — величайший экспериментатор. Чтобы объяснить свои результаты, выдумал, что кроме вещества есть еще и поле, — на радость Максвеллу и Эйнштейну, на горе Ньютону.
- ФРИДМАН** Александр Александрович (1888—1925) — занимался метеорологией. С погодой разобраться не успел, зато разобрался со Вселенной. Один из первых лауреатов Ленинской премии (1931 г. — посмертно).
- ЦИОЛКОВСКИЙ** Константин Эдуардович (1857—1935) — калужских детей учил физике и математике, чело-

вечество — летать к звездам. И там, и тут добился несомненных успехов.

ШЕКСПИР Уильям (1564—1616) — величайший драматург всех времен и народов. Невероятно глубоко знал науку и жизнь. Поэтому некоторые шекспироведы пытались «подарить» его произведения ученым, государственным деятелям. Поскольку Ф. Бэкон был и тем и другим, он считался первым кандидатом на роль автора шекспировских пьес. Но выяснилось, что, как и уверял Шекспир, правда невероятнее любой выдумки.

ЭДДИНГТОН Артур (1882—1944) — крупнейший астроном и физик, ярый поклонник и пропагандист эйнштейновских теорий относительности. Так ими увлекся, что даже заявил: «В мире нет ничего, кроме искривленного пространства».

ЭЙНШТЕЙН Альберт (1879—1955) — Планку доказал, что кванты, которые тот придумал, существуют; Лоренцу доказал, что преобразования его имени — правильные; всем доказал, что все относительно; президенту Рузвельту доказал, что надо делать атомную бомбу; доказать президенту Трумену, что применять ее не надо, не смог.

ЭНГЕЛЬС Фридрих (1820—1895) — великий соратник Маркса. Во всех принципиальных вопросах был согласен с ним, но в ответ на вопрос «Ваше представление о счастье?» назвал французское вино «Шато-Марго».

ЭРАТОСФЕН Киренский (276—194 до н. э.) — первый геометр (землемер) — первым обмерил всю Землю.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРИЧИНЫ (вместо предисловия)	3
БОРЕЦ	5
ОРБИТЫ	9
ГИГАНТЫ	15
ГЕНИЙ	22
МАСШТАБЫ	27
ЗАКОНЫ	34
ИҚАРЫ	47
МАНЕВРЫ	51
ТОПЛИВО	54
ГИПОТЕЗЫ	59
ФАНТАСТЫ	65
МИФЫ	69
НИСПРОВЕРГАТЕЛЬ	76
ВСЕЛЕННАЯ	86
ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ, ЗАМЕЧАНИЯ (ОРЗ)	89
СТАНДАРТНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ, СООТНОШЕНИЯ	115
СПРАВКИ	116
СЛОВАРИК (не совсем полный и совсем не глубокий)	117

Научно-популярное издание

БЕЛОНУЧКИН Владимир Евгеньевич

КЕПЛЕР, НЬЮТОН и все-все-все...

Библиотечка «Квант», выпуск 78

Ведущий редакцией *Г. С. Куликов*

Редактор *Л. А. Панюшкина*

Художник *И. Л. Максимов*

Художественный редактор *Т. Н. Кольченко*

Технический редактор *Е. В. Морозова*

Корректоры *Т. С. Родионова, И. Я. Кришталь*

ИБ № 41083

Сдано в набор 12.06.89. Подписано к печати 15.01.90. Т-06414. Формат 84×108/32. Бумага офс. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 6,72. Усл. кр.-отт. 7,14. Уч.-изд. л. 6,9. Тираж 160000 экз. Заказ № 9—398. Цена 30 коп.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Наука»
Главная редакция физико-математической литературы
117071 Москва В-71, Ленинский проспект, 15

Ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени
МПО «Первая Образцовая типография» Государственного комитета СССР
по печати 113054 Москва, Валовая, 28

Отпечатано на полиграфкомбинате ЦК ЛКСМ Украины «Молодь» ордена
Трудового Красного Знамени издательско-полиграфического объединения
ЦК ВЛКСМ «Молодая гвардия», 252119, г. Киев-119, ул. Пархоменко, 38-44.

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

117071 Москва В-71, Ленинский проспект, 15

ВЫШЛИ ИЗ ПЕЧАТИ В СЕРИИ «БИБЛИОТЕЧКА «КВАНТ»:

- Вып. 1. М. П. Бронштейн. Атомы и электроны.
Вып. 2. М. Фарадей. История свечи.
Вып. 3. О. Оре. Приглашение в теорию чисел,
Вып. 4. Опыты в домашней лаборатории.
Вып. 5. И. Ш. Слободецкий, Л. Г. Асламазов.
Задачи по физике.
Вып. 6. Л. П. Мочалов. Головоломки.
Вып. 7. П. С. Александров. Введение в теорию групп.
Вып. 8. В. Г. Штейнгауз. Математический калейдоскоп.
Вып. 9. Замечательные ученые.
Вып. 10. В. М. Глушков, В. Я. Валах. Что такое ОГАС?
Вып. 11. Г. И. Копылов. Всего лишь кинематика.
Вып. 12. Я. А. Смородинский. Температура.
Вып. 13. А. Е. Карпов, Е. Я. Гик. Шахматный калейдоскоп.
Вып. 14. С. Г. Гиндикин. Рассказы о физиках и математиках.
Вып. 15. А. А. Боровой. Как регистрируют частицы.
Вып. 16. М. И. Каганов, В. М. Цукерник. Природа магнетизма.
Вып. 17. И. Ф. Шарыгин. Задачи по геометрии: Планиметрия.
Вып. 18. Л. В. Тарасов, А. Н. Тарасова. Беседы о преломлении света.
Вып. 19. А. Л. Эфрос. Физика и геометрия беспорядка.
Вып. 20. С. А. Пикин, Л. М. Блинов. Жидкие кристаллы.
Вып. 21. В. Г. Болтянский, В. А. Ефремович. Наглядная топология.
Вып. 22. М. И. Башмаков, Б. М. Беккер, В. М. Гольховой. Задачи по математике: Алгебра и анализ.
Вып. 23. А. Н. Колмогоров, И. Г. Журбенко, А. В. Прохоров. Введение в теорию вероятностей.
Вып. 24. Е. Я. Гик. Шахматы и математика.
Вып. 25. М. Д. Франк-Каменецкий. Самая главная молекула.

- Вып. 26. В. С. Эдельман. Вблизи абсолютного нуля.
- Вып. 27. С. Р. Филонович. Самая большая скорость.
- Вып. 28. Б. С. Бокштейн. Атомы блуждают по кристаллу.
- Вып. 29. А. В. Бялко. Наша планета — Земля.
- Вып. 30. М. Н. Аршинов, Л. Е. Садовский. Коды и математика.
- Вып. 31. И. Ф. Шарыгин. Задачи по геометрии: Стереометрия.
- Вып. 32. В. А. Займовский, Т. Л. Колупаева. Необычные свойства обычных металлов.
- Вып. 33. М. Е. Левинштейн, Г. С. Симиин. Знакомство с полупроводниками.
- Вып. 34. В. Н. Дубровский, Я. А. Смородинский, Е. Л. Сурков. Релятивистский мир.
- Вып. 35. А. А. Михайлов. Земля и ее вращение.
- Вып. 36. А. П. Пурмаль, Е. М. Слободская, С. О. Травин. Как превращаются вещества.
- Вып. 37. Г. С. Воронов. Штурм термоядерной крепости.
- Вып. 38. А. Д. Чернин. Звезды и физика.
- Вып. 39. В. Б. Брагинский, А. Г. Полнарев. Удивительная гравитация.
- Вып. 40. С. С. Хилькевич. Физика вокруг нас.
- Вып. 41. Г. А. Звенигородский. Первые уроки программирования.
- Вып. 42. Л. В. Тарасов. Лазеры: действительность и надежды.
- Вып. 43. О. Ф. Кабардин, В. А. Орлов. Международные физические олимпиады школьников.
- Вып. 44. Л. Е. Садовский, А. Л. Садовский. Математика и спорт.
- Вып. 45. Л. Б. Окунь. $\alpha\beta\gamma$. . . Z: Элементарное введение в физику элементарных частиц.
- Вып. 46. Я. Е. Гегузин. Пузыри.
- Вып. 47. Л. С. Марочник. Свидание с кометой.
- Вып. 48. А. Т. Филиппов. Многоликий солитон.
- Вып. 49. К. Ю. Богданов. Физик в гостях у биолога.
- Вып. 50. Занимательно о физике и математике.
- Вып. 51. Х. Рачлис. Физика в ванне.
- Вып. 52. В. М. Липунов. В мире двойных звезд.
- Вып. 53. И. К. Киконин. Рассказы о физике и физиках.
- Вып. 54. Л. С. Понтрягин. Обобщения чисел.
- Вып. 55. И. Д. Данилов. Секреты программируемого микрокалькулятора.
- Вып. 56. В. М. Тихомиров. Рассказы о максимумах и минимумах.

- Вып. 57. А. А. С и л и н. Трение и мы.
- Вып. 58. Л. А. А ш к и н а з и. Вакуум для науки и техники.
- Вып. 59. А. Д. Ч е р н и н. Физика времени.
- Вып. 60. Задачи московских физических олимпиад.
- Вып. 61. М. Б. Б а л к, В. Г. Б о л т я н с к и й. Геометрия масс.
- Вып. 62. Р. Ф е й н м а н. Характер физических законов.
- Вып. 63. Л. Г. А с л а м а з о в, А. А. В а р л а м о в. Удивительная физика.
- Вып. 64. А. Н. К о л м о г о р о в. Математика — наука и профессия.
- Вып. 65. М. Е. Л е в и н ш т е й н, Г. С. С и м и н. Барьеры: От кристалла до интегральной схемы.
- Вып. 66. Р. Ф е й н м а н. КЭД — странная теория света и вещества.
- Вып. 67. Я. Б. З е л ь д о в и ч, М. Ю. Х л о п о в. Драма идей в познании природы.
- Вып. 68. И. Д. Н о в и к о в. Как взорвалась Вселенная.
- Вып. 69. М. Б. Б е р к и н б л и т, Е. Г. Г л а г о л е в а. Электричество в живых организмах.
- Вып. 70. А. Л. С т а с е н к о. Физика полета.
- Вып. 71. А. С. Ш т е й н б е р г. Репортаж из мира сплавов.
- Вып. 72. В. Р. П о л и щ у к. Как исследуют вещества.
- Вып. 73. Л. К э р р о л л. Логическая игра.
- Вып. 74. А. Ю. Г р о с б е р г, А. Р. Х о х л о в. Физика в мире полимеров.
- Вып. 75. А. Б. М и г д а л. Квантовая физика для больших и маленьких.
- Вып. 76. В. С. Г е т м а н. Внуки Солнца.
- Вып. 77. Г. А. Г а л ь п е р и н, А. Н. З е м л я к о в. Математические бильярды.

